

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Петровская Анна Викторовна

Должность: Директор

Дата подписания: 08.11.2024 13:37:38

Уникальный программный ключ:

798bda6555fbdebe827768f6f1710bd17a9070c31fdc1b6a6ac5a1f10c8c5199

Приложение 6 к основной профессиональной образовательной программе

по направлению подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания,

направленность (профиль) программы Технология и организация ресторанного бизнеса

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова»
Краснодарский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова

Факультет экономики, менеджмента и торговли

Кафедра экономики и цифровых технологий

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине Б1.О.11 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания

Направленность (профиль) программы «Технология и организация ресторанного бизнеса»

Уровень высшего образования *Бакалавриат*

Год начала подготовки 2024

Краснодар – 2023 г.

Составитель:

Доцент, к.э.н., доцент кафедры
экономики и цифровых технологий
(ученая степень, ученое звание, должность)

О.Б. Пантелеева

Оценочные средства одобрены на заседании кафедры экономики и цифровых технологий

протокол №8 от 16.03.2023 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине Высшая математика

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
ОПК-2. Способен применять основные законы и методы исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Применяет математические методы и осуществляет математическую обработку данных, полученных в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	<p>ОПК-2.1. 3-1. Знает математические методы обработки данных полученных в процессе разработки продукции и осуществления деятельности предприятия общественного питания</p> <p>ОПК-2.1. У-1. Умеет использовать математические методы при планировании технологических процессов разработки пищевой продукции и осуществления деятельности предприятия общественного питания</p>	<p><i>Раздел 1.</i> <i>АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА</i> Тема 1. Элементы линейной алгебры Тема 2. Элементы векторной алгебры Тема 3. Элементы аналитической геометрии</p> <p><i>Раздел 2.</i> <i>МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ</i> Тема 4. Элементы математического анализа Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления Тема 7. Исследование функций с помощью производных Тема 8. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных Тема 9. Интегральное исчисление функции одной переменной Тема 10. Дифференциальные уравнения Тема 11. Последовательности и ряды</p>

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях

Вопросы для проведения опроса на занятиях

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Тема 1. Элементы линейной алгебры

1. Матрицы, основные понятия.
2. Операции над матрицами.
3. Свойства операций над матрицами.
4. Определители, понятия виды.
5. Определители 2 и 3 порядка.
6. Определители высших порядков.
7. Свойства определителей.
8. Обратная матрица.
9. Способы нахождения обратной матрицы. Формула для вычисления обратной матрицы.
10. Вычисление обратной матрицы с помощью построения.
11. Ранг матрицы.
12. Способы вычисления рангов матриц.
13. Системы линейных уравнений, основные понятия.
14. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
15. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
17. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
18. Решение линейных однородных систем уравнений.

Тема 2. Элементы векторной алгебры

1. Векторы основные понятия.
2. Векторы и линейные операции над ними.
3. Проекция вектора на ось.
4. Разложение вектора по ортам координатных осей.
5. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
6. Определение скалярного произведения.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства.
8. Выражение скалярного произведения через координаты.
9. Приложения скалярного произведения.
10. Определение векторного произведения.
11. Векторное произведение векторов и его свойства.
12. Выражение векторного произведения через координаты.
13. Приложения векторного произведения.
14. Определение смешанного произведения.
15. Смешанное произведение векторов и его свойства.
16. Выражение смешанного произведения через координаты.
17. Некоторые приложения смешанного произведения.
18. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.

19. Ортогональная система векторов.
20. Базис пространства.
21. Разложение вектора по произвольному базису.
22. Собственные значение и собственные векторы матрицы.
23. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
24. Ортогональные и симметрические матрицы.
25. Квадратичные формы.
26. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
27. Определение положительной и отрицательной квадратичной формы.

Тема 3. Элементы аналитической геометрии

1. Линии на плоскости.
2. Основные понятия линии.
3. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
4. Прямая линия на плоскости. Различные виды задач.
5. Линии второго порядка на плоскости.
6. Основные понятия общее уравнения линия второго порядка.
7. Окружность уравнения понятия, свойства.
8. Эллипс уравнения понятия, свойства.
9. Гипербола уравнения понятия, свойства.
10. Парабола уравнения понятия, свойства.
11. Уравнение поверхности и линии в пространстве.
12. Основные понятия. Уравнение плоскости в пространстве.
13. Плоскость. Основные задачи.
14. Уравнение прямой в пространстве. Понятия.
15. Уравнения прямых в пространстве. Основные задачи.
16. Прямая и плоскость в пространстве. Понятия.
17. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.

Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тема 4. Элементы математического анализа

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение функции, привести примеры функций.
2. Основные характеристики функций.
3. Элементарные функции (графики).
4. Предел функции. Методы вычисления пределов.
5. Непрерывность функций.
6. Применение функций в экономике.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение производной и дифференциала функции, привести примеры.
2. Механический и геометрический смысл производной функции.
3. Производные обратной, сложной, неявной, параметрически заданной функций.
4. Производные высших порядков.

Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления

Вопросы для проведения опроса:

1. Теорема Ферма
2. Теорема Ролля
3. Теорема Лагранжа
4. Теорема Коши
5. Правило Лопитала
6. Формула Тейлора

Тема 7. Исследование функций с помощью производных

Вопросы для проведения опроса:

1. Экстремумы функции.
2. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков функций.
3. Применение дифференциального исчисления в экономике.

Тема 8. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение функции нескольких переменных, привести примеры.
2. Основные характеристики функций нескольких переменных.
3. Предел функции нескольких переменных.
4. Непрерывность функций нескольких переменных.
5. Экономические иллюстрации функций нескольких переменных.

Тема 9. Интегральное исчисление функции одной переменной

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение первообразной функции, привести примеры.
2. Неопределенный интеграл. Интегрирование путем замены.
3. Неопределенный интеграл. Интегрирование по частям.
4. Неопределенный интеграл. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Методы и способы интегрирования.
6. Экономические иллюстрации определенного интеграла.

Тема 10. Дифференциальные уравнения

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение дифференциального уравнения, привести примеры.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Задачи Коши.
3. Дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
1. Дифференциальные уравнения высших порядков.
2. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка.
3. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
4. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Приложения дифференциальных уравнений к экономике.

Тема 11. Последовательности и ряды

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение числового ряда. Привести примеры.

2. Положительные числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
3. Необходимый и достаточный признаки сходимости положительных числовых рядов.
4. Знакопеременный ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимость.
5. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Остаток ряда. Оценка остатка ряда с помощью признака Лейбница.
1. Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.
2. Степенной ряд. Интервал и радиус сходимости. Нахождение радиуса сходимости с помощью признака Даламбера.
3. Ряд Тейлора. Ряд Макларена. Разложение функций в степенные ряды.
4. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
5. Применение рядов в экономике.

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме, при ответе допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен не в полном объеме, при ответе допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос не представлен, или при ответе допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Задания для текущего контроля

Расчетно-аналитические задания

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Задания для самостоятельной работы:

Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить двумя способами: методом Крамера; средствами матричного исчисления; методом Гаусса; методом Жордана-Гаусса.

$$1. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

Тема 2. Элементы векторной алгебры

Задания для самостоятельной работы:

В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден.ед.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	a	b	t

	Сельское хозяйство	c	d	f
--	--------------------	-----	-----	-----

Найти:

1. плановые объемы валовой продукции отраслей, межотраслевые поставки, чистую продукцию отраслей;
2. необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление продукции сельского хозяйства увеличится на $k\%$, а промышленности на $l\%$.

a	b	c	d	t	f	k	l
0,1	0,3	0,55	0,1	100	400	10	30

Тема 3. Элементы аналитической геометрии

Задания для самостоятельной работы:

Даны вершины треугольника ABC. Найти: уравнение сторон; длину стороны BC; уравнение высоты, опущенной из вершины A; площадь треугольника ABC; систему неравенств, определяющих треугольник ABC.

$$A(2; -1), \quad B(-2; -2), \quad C(3; 4).$$

Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тема 4. Элементы математического анализа

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{(2x - 5)(4 + x)}$
2. Найдите область допустимых значений функции:
3. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x - x^3}$. Определить множество решений неравенства $|3x^2 + 5x - 1| \leq 1$.
4. Найти множество корней уравнения $10x^5 + 7x^4 - 35x^3 + 5x^2 - 4 = 0$.
5. Найти частное двух комплексных чисел. Полученное число представить в тригонометрической и показательной формах записи и изобразить на комплексной плоскости: $z = \frac{i}{i+1}$.
6. Вычислить $(-\sqrt{3} + i)^5$.
7. Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости: $\sqrt[3]{8}$.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задания для самостоятельной работы:

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right)$
2. Найти точки разрыва функций $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$
3. Найти область определения функции $y = \frac{4x}{x^2-1}$.
4. Исследовать функцию на четность-нечетность: $y = \frac{(4-x)^3}{x^4-5}$

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$
6. Построить график, указать характер разрыва в точках разрыва, если такие имеются:
7. Доказать, что функция непрерывна в точке x_0 : $y = 5x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$

Тема 7. Исследование функций с помощью производных

Задания для самостоятельной работы:

1. Записать уравнение касательной к функции в заданной точке: $y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2.$
2. Вычислить приближенно с помощью дифференциала: $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$
3. Найти производную n-го порядка: $y = xe^{ax}.$
4. Вычислить производную сложной функции $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$
5. Вычислить производную параметрической функции $\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$
6. Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{16 - x^2}{4x - 5}$ и точки его пересечения с осями координат. По найденным данным схематически постройте график.
7. Проведите полное исследование функции и постройте ее график:
 1. $y = x + 3\sqrt[3]{x^2}.$
 2. $y = \frac{x^3}{12(x-2)}.$
 3. $y = (x^2 + 2x)e^x.$

Тема 8. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти частные производные функции $z = xy(4 - x - y).$
2. Найти критические точки функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy,$ определить характер экстремума в них.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в заданной области: $x = 0, \quad y = 0, \quad x + y = -3.$
4. Для функции полезности $u = x^{0,5}y^{0,5}$ построить градиент-вектор в точке $M(4;1).$
5. Определить условный экстремум функции $u = x^{0,5}y^{0,5}$ при ограничении $x+y=150.$

Тема 9. Интегральное исчисление функции одной переменной










Задания для самостоятельной работы:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+4x, y=x+4.$
2. Вычислите неопределенный интеграл $\int \left(2 \cos x + e^x - \frac{x}{\sqrt{x}}\right) dx.$
3. Вычислите неопределенный интеграл (интегрирование по-частям) $\int xe^{3x} dx.$
4. Найти прирост капитала предприятия на данном промежутке времени, если скорость изменения инвестиций имеет следующий вид: $I(t) = c\sqrt[t]{b} + d, \quad \alpha \leq t \leq \beta.$

5. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца:
 $y = ax^2 + bx$. Какую часть дохода получают $c\%$ наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода, если $a=0,87$, $b=0,13$, $c=12$.

Тема 10. Дифференциальные уравнения

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу Коши $y' = 2y + 1$, $y(3) = 1$.
2. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y^2 + x^2 y' = xy y'$.
3. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.
4. Решить дифференциальное уравнение $\cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy$.
5. Решением дифференциального уравнения $y' = e^{4x}$ является семейство функций...
6. Решите уравнение $x^2 y' + xy^2 = y$
7. Решите уравнение $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0$
8. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $q = 50 - 2p - 4 \frac{dp}{dt}$ и $s = 70 + 2p - 5 \frac{dp}{dt}$. Найдите: Зависимость равновесной цены от времени, если $p = 10$ в момент времени $t = 0$
1. Решить дифференциальное уравнение 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image050.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image050.gif) *
 MERGEFORMATINET 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image050.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image050.gif) *
 MERGEFORMATINET $y'' + y' - 2y = 0$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения, выполнить проверку 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image081.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image081.gif) *
 MERGEFORMATINET 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image081.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image081.gif) *
 MERGEFORMATINET $y'' - 4y' = 0$.
3. Составить характеристическое уравнение и найти общее решение дифференциального уравнения 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image110.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image110.gif) *
 MERGEFORMATINET 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image110.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image110.gif) *
 MERGEFORMATINET $y'' + 2y' + y = 0$.
4. Решить однородное дифференциальное уравнение второго порядка 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image126.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image126.gif) *
 MERGEFORMATINET 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image126.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image126.gif) *
 MERGEFORMATINET $y'' - 2y' + 10y = 0$.
5. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям 
["http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image138.gif"](http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image138.gif) *

MERGEFORMATINET INCLUDEPICTURE
 "http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image138.gif" *
 MERGEFORMATINET $y(0) = 1$, INCLUDEPICTURE
 "http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image140.gif" *
 MERGEFORMATINET INCLUDEPICTURE
 "http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image140.gif" *
 MERGEFORMATINET $y'(0) = 4$, INCLUDEPICTURE
 "http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image142.gif" *
 MERGEFORMATINET INCLUDEPICTURE
 "http://mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image142.gif" *
 MERGEFORMATINET $y'' - 4y = 0$

Тема 11. Последовательности и ряды

Задания для самостоятельной работы:

1. Определите характер сходимости знакопередающегося ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n} (-5)^n$.
2. Доказать сходимость ряда по признаку Даламбера $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5}{2^n}$.
3. Доказать сходимость ряда по признаку Коши $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)^n}{4^n}$.
4. Доказать сходимость ряда по интегральному признаку $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$.
5. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+2^n}$.

1. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$.
2. Разложите функцию $y = 2e^{x+1} - x^2 - 4x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=1$.
3. Разложите функцию $y = 2e^{x+1} - x^2 - 4x$ в ряд Маклорена.
4. Оцените остаточный член ряда при разложении функции $y = 2e^{x+1} - x^2 - 4x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=2$.
5. Вычислить значение $\cos 0,8$ с точностью 0,001.

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если задание решено не в полном объеме, при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если задание не решено, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Комплекты заданий для контрольных работ

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Тема . Функции одной действительной переменной.

Вариант 1

1. Не применяя правило Лопиталья, найти пределы функций.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{3x}$.

2. Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.

а) $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$ б) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x^2-1}}$

Вариант 2

1. Не применяя правило Лопиталья, найти пределы функций.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+1}{2x^3+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 8x}{1-\cos 4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^{2x+1}$.

2. Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.

а) $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$ б) $f(x) = 3x^{\frac{3}{x^2-4}}$

Критерии оценки (в баллах):

- 8 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 1 балл, пункты номера 2 – в 2 балла) (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 6 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 4 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Тема . Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Вариант 1

1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$, б) $y = x^2 \sin 3x$, в) $y = \ln \cos 4x$, г) $y = a^{x^2} - e^{-x^2}$.

2. Записать уравнение касательной к функции в заданной точке: $f(x) = (4x - x^2)/4$, $x_0 = 2$.

3. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить график.
 $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 5$.

Вариант 2

1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3}$, б) $y = -3 \cos x \cdot \operatorname{ctg} x$, в) $y = e^{-x} \ln x$, г) $y = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x}$.

2. Записать уравнение касательной к функции в заданной точке: $f(x) = (x^2 + 1)/2$, $x_0 = 2$.
3. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить график.
 $y = (2x^3) / (x^2 - 4)$.

Критерии оценки (в баллах):

- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 1 балл, номер 2 – в 1 балл, номер 3 – в 2 балла) **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 3 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки **(соответствие индикатору ОПК-2.1.)**

Тема . Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

Вариант 1

1. Найти: а) наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в замкнутой области, ограниченной заданными линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y = -3$; б) экстремумы функции. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.

Вариант 2

1. Найти: а) наибольшее и наименьшее значения функции $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 3$ в замкнутой области, ограниченной заданными линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$; б) экстремумы функции $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 3$

Критерии оценки (в баллах):

- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункт а) оценивается в 3 балла, пункт б) – в 2 балла) **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 3 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 2 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки **(соответствие индикатору ОПК-2.1.)**

Тема . Интегральное исчисление функции одной переменной.

Вариант 1

1. Проинтегрируйте методом занесения под знак дифференциала или методом замены

$$\int \frac{e^{3x} dx}{1 + e^{6x}}$$

переменной:

2. Найдите интеграл от тригонометрической функции: $\int \sin^5 x \cdot \cos^3 x dx$
3. Найдите интеграл: $\int \frac{(3x+2)dx}{2x^2+4x+16}$
4. Найдите интеграл от дробно-рациональной функции: $\int \frac{(x^2+6x+1)dx}{(x+1)^2(x^2+2x+3)}$
5. Найдите значение интеграла методом интегрирования по частям: $\int_{-4}^2 x \cos(x+4) dx$

Вариант 2

1. Проинтегрируйте методом занесения под знак дифференциала или методом замены

переменной: $\int \frac{(4x-1)dx}{\sqrt{x^2+2}}$

2. Найдите интеграл от тригонометрической функции: $\int \cos^4 x \cdot \sin^2 x dx$
3. Найдите интеграл: $\int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{3x^2-6x+4}}$
4. Найдите интеграл от дробно-рациональной функции: $\int \frac{(3x^3+7x^2+9x+3)dx}{(x+1)^2(x^2+2x+3)}$
5. Найдите значение интеграла методом интегрирования по частям: $\int_{-1}^{1/2} \ln(2x+3) dx$

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (каждый номер оценивается в 2 балла) (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Тема . Дифференциальные уравнения первого порядка.

Вариант 1

1. Найдите решение дифференциального уравнения. Решите задачу Коши. $y'=2y+1, y(3)=1$.
2. Найдите решение дифференциального уравнения $xy' - y = xtg \frac{y}{x}$;
3. Найдите решение дифференциального уравнения $xy' = y + \frac{x^2}{y}$.

Вариант 2

1. Найдите решение дифференциального уравнения. Решите задачу Коши. $y'=-y+5, y(1)=2$.

2. Найдите решение дифференциального уравнения $(x+2)^2 y' = 1$.
3. Найдите решение дифференциального уравнения $yy' = \frac{1-2x}{(3+x)y}$.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 2 балла, номер 2 – в 3 балла, номер 3 – в 3 балла) **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки **(соответствие индикатору ОПК-2.1.);**
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки **(соответствие индикатору ОПК-2.1.)**

Задания для творческого рейтинга

Темы для докладов и научных статей

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Тема . Множества.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Числовые множества. История возникновения.
2. Множество комплексных чисел. Формы задания комплексных чисел.
3. Арифметические операции над комплексными числами.
4. Взведение комплексного числа в степень. Извлечение корня из комплексного числа.

Тема . Функции одной действительной переменной.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Применение функций в экономике.
2. Предельный анализ в экономике.
3. Первый замечательный предел.
4. Второй замечательный предел.

Тема . Функции нескольких переменных.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Примеры применения функций нескольких переменных в экономике.
2. Функция Кобба-Дугласа.
3. Линии уровня функций нескольких переменных.

Тема . Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Механический и геометрический смысл производной.
2. Наибольшие и наименьшие значения функции на отрезке.
3. Применение производной в экономике.

Тема . Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Механический и геометрический смысл производной нескольких переменных.

2. Наибольшие и наименьшие значения функции в области.
3. Применение производной нескольких переменных в экономике.

Тема . Интегральное исчисление функции одной переменной.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Приложение интегралов к вычислению площадей фигур.
2. Методы вычисления определенных интегралов.
3. Применение интегрального исчисления в экономике.

Тема . Дифференциальные уравнения первого порядка.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Типы дифференциальных уравнений первого порядка, методы их решения.
2. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
3. Применение дифференциальных уравнений для решения экономических задач.

Тема . Дифференциальные уравнения второго порядка.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Типы дифференциальных уравнений второго порядка, методы их решения.
2. Определение типа частного решения по правой части уравнения.

Тема . Числовые ряды.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Методы определения сходимости числового ряда.
2. Знакопеременные и знакочередующиеся числовые ряды.

Тема . Функциональные ряды.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Методы определения интервала сходимости функционального ряда.
2. Применение рядов в экономике.
3. Ряды Фурье.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент свободно ориентируется в теме доклада, отвечает на дополнительные вопросы *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада не раскрыта, или при ответе на вопросы допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

Темы индивидуальных и/или групповых проектов

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

1. Числовая последовательность её предел. Применение в финансовых вычислениях (непрерывное начисление процентов в финансовых сделках).
2. Производная функции, ее экономический смысл. Эластичность функции, её экономический смысл. Предельный анализ. Предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль.

3. Применение формулы Тейлора для нахождения параметров купонных облигаций (дюрация и выпуклость). Использование формулы Маклорена для сравнения эффективности финансовых операций при различных схемах наращивания и дисконтирования денежных сумм.
4. Глобальный экстремум функции нескольких переменных. Функция полезности, задача потребительского выбора, кривая безразличия, предельная норма замещения, функция спроса.
5. Метод наименьших квадратов.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведены верные примеры, проведено самостоятельное исследование, студент свободно ориентируется в теме проекта, отвечает на дополнительные вопросы (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведены верные примеры, проведено самостоятельное исследование, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме или не проведено самостоятельное исследование, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта не раскрыта, при ответе на вопросы допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ
ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Структура экзаменационного билета/зачетного задания

<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
<i>Вопрос 1</i>	<i>10</i>
<i>Вопрос 2</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое)</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое)</i>	<i>10</i>

Задания, включаемые в экзаменационный билет/зачетное задание

Типовой перечень вопросов к зачету с оценкой:

Номер вопроса	Перечень вопросов к зачету с оценкой
1.	Матрицы, основные понятия.
2.	Операции над матрицами.
3.	Свойства операций над матрицами.
4.	Определители, понятия виды.
5.	Определители 2 и 3 порядка.
6.	Определители высших порядков.
7.	Свойства определителей.

8.	Обратная матрица.
9.	Способы нахождения обратной матрицы. Формула для вычисления обратной матрицы.
10.	Вычисление обратной матрицы с помощью построения.
11.	Ранг матрицы.
12.	Способы вычисления рангов матриц.
13.	Системы линейных уравнений, основные понятия.
14.	Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
15.	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16.	Решение систем линейных уравнений .Теорема Кронекера – Капелли.
17.	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
18.	Решение линейных однородных систем уравнений.
19.	Векторы основные понятия.
20.	Векторы и линейные операции над ними.
21.	Проекция вектора на ось.
22.	Разложение вектора по ортам координатных осей.
23.	Модуль вектора. Направляющие косинусы.
24.	Определение скалярного произведения.
25.	Скалярное произведение векторов и его свойства.
26.	Выражение скалярного произведения через координаты.
27.	Приложения скалярного произведения.
28.	Определение векторного произведения.
29.	Векторное произведение векторов и его свойства.
30.	Выражение векторного произведения через координаты.
31.	Приложения векторного произведения.
32.	Определение смешанного произведения.
33.	Смешанное произведение векторов и его свойства.
34.	Выражение смешанного произведения через координаты.
35.	Некоторые приложения смешанного произведения.
36.	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
37.	Ортогональная система векторов.
38.	Базис пространства.
39.	Разложение вектора по произвольному базису.
40.	Собственные значения и собственные векторы матрицы.
41.	Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
42.	Ортогональные и симметрические матрицы.
43.	Квадратичные формы.
44.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
45.	Определение положительной и отрицательной квадратичной формы.
46.	Линии на плоскости.

47.	Основные понятия линии.
48.	Различные виды уравнений прямой на плоскости.
49.	Прямая линия на плоскости. Различные виды задач.
50.	Линии второго порядка на плоскости.
51.	Основные понятия общего уравнения линии второго порядка.
52.	Окружность уравнения понятия, свойства.
53.	Эллипс уравнения понятия, свойства.
54.	Гипербола уравнения понятия, свойства.
55.	Парабола уравнения понятия, свойства.
56.	Уравнение поверхности и линии в пространстве.
57.	Основные понятия. Уравнение плоскости в пространстве.
58.	Плоскость. Основные задачи.
59.	Уравнение прямой в пространстве. Понятия.
60.	Уравнения прямых в пространстве. Основные задачи.
61.	Прямая и плоскость в пространстве. Понятия.
62.	Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.
63.	Балансовый метод анализа экономических показателей.
64.	Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
65.	Задачи межотраслевого баланса.
66.	Понятие и анализ балансовой модели.
67.	Построение балансовых моделей.
68.	Задачи на построение балансовых моделей.
69.	Применение формул обращения.
70.	Построение балансовых моделей.
71.	Понятие структурной матрицы.
72.	Задачи приводящие к структурным моделям.

Типовой перечень вопросов к экзамену:

Номер вопроса	Перечень вопросов к экзамену
1	Множества. Основные понятия и определения.
2	Числовые множества. Множество действительных чисел.
3	Числовые промежутки. Окрестность точки.
4	Множество комплексных чисел.
5	Формы записи комплексных чисел.
6	Сложение комплексных чисел.
7	Вычитание комплексных чисел.
8	Умножение комплексных чисел.
9	Деление комплексных чисел.
10	Возведение комплексного числа в степень.
11	Извлечение корня из комплексного числа.
12	Функция. Определение, способы задания, примеры.
13	Основные характеристики функции.
14	Основные элементарные функции и их графики.
15	Обратная функция.
16	Сложная функция.
17	Числовая последовательность.

18	Предел числовой последовательности.
19	Предел функции в точке.
20	Предел функции на бесконечности.
21	Односторонние пределы.
22	Свойства пределов.
23	Бесконечно большая функция.
24	Бесконечно малая функция.
25	Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
26	Основные теоремы о пределах.
27	Признаки существования пределов.
28	Первый замечательный предел.
29	Второй замечательный предел.
30	Эквивалентные бесконечно малые функции.
31	Непрерывность функции в точке.
32	Непрерывность функций в интервале и на отрезке.
33	Точки разрыва и их классификация.
34	Основные теоремы о непрерывных функциях.
35	Задачи, приводящие к понятию производной.
36	Определение производной функции одной переменной.
37	Правила дифференцирования.
38	Механический смысл производной первого порядка.
39	Геометрический смысл производной первого порядка.
40	Уравнение касательной и нормали к кривой.
41	Производные высших порядков.
42	Дифференциал функции.
43	Производная сложной функции.
44	Производная от неявно заданной функции.
45	Производная от параметрически заданной функции.
46	Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
47	Правило Лопиталю для вычисления предела функции.
48	Интервалы монотонности функции.
49	Экстремумы функции.
50	Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
51	Выпуклость, вогнутость графика функции.
52	Точки перегиба.
53	Асимптоты графика функции.
54	Общая схема исследования функций.
55	Эластичность функции и ее свойства.
56	Эластичность в экономике.
57	Применение производной к решению задач на оптимизацию.
58	Общая схема исследования функции и построения графика.
59	Формула Тейлора для многочленов.
60	Формула Тейлора для произвольной функции.
61	Понятие функции нескольких переменных.
62	Частные производные.
63	Дифференциал функции нескольких переменных.
64	Частные производные высших порядков.
65	Производная по направлению.
66	Градиент функции.
67	Экстремумы функции многих переменных (локальный).
68	Условный экстремум функции нескольких переменных.
69	Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в заданной области.
70	Экономические иллюстрации функции двух переменных: функции

	спроса и предложения.
71	Экономические иллюстрации функции двух переменных: функция полезности.
72	Экономические иллюстрации функции двух переменных: производственная функция.
Номер вопроса	Перечень вопросов к экзамену
1	Первообразная. Понятие неопределенного интеграла.
2	Свойства неопределенного интеграла.
3	Неопределенный интеграл. Таблица первообразных.
4	Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование.
5	Неопределенный интеграл. Интегрирование путем замены переменной.
6	Неопределенный интеграл. Интегрирование путем занесения множителя под знак дифференциала.
7	Неопределенный интеграл. Формула интегрирования по частям.
8	Неопределенный интеграл. Интегрирование дробно-рациональной функции.
9	Метод неопределенных коэффициентов.
10	Неопределенный интеграл. Интегрирование тригонометрических функций.
11	Неопределенный интеграл. Интегрирование иррациональных функций.
12	Табличные «неберущиеся» интегралы.
13	Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
14	Формула Ньютона-Лейбница.
15	Основные свойства определенного интеграла.
16	Замена переменной в определенном интеграле.
17	Интегрирование по частям в определенном интеграле.
18	Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
19	Несобственные интегралы первого рода. Определения, примеры.
20	Несобственные интегралы второго рода. Определения, примеры.
21	Геометрические приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.
22	Геометрические приложения определенного интеграла к вычислению объемов тел вращения.
23	Геометрические приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги плоской кривой.
24	Приложения определенного интеграла к экономике.
25	Кривая Лоренца, вычисление коэффициента Джини.
26	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
27	Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия.
28	Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
29	Дифференциальные уравнения первого порядка с

	разделяющимися переменными.
30	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
31	Линейное дифференциальное уравнение первого порядка.
32	Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Я.Бернулли.
33	Метод Лагранжа решения линейных дифференциальных уравнений 1 го порядка.
34	Метод И.Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений 1 го порядка.
35	Уравнение в полных дифференциалах.
36	Дифференциальные уравнения высших порядков.
37	Уравнения, допускающие понижения порядка.
38	Линейные однородные уравнения второго порядка.
39	Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
40	Линейные неоднородные уравнения (ЛНДУ) второго порядка с постоянными коэффициентами.
41	Структура общего решения ЛНДУ второго порядка.
42	Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ второго порядка.
43	Интегрирование ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
44	Частное решение ЛНДУ второго порядка.
45	Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков.
46	Приложения дифференциальных уравнений к экономике.
47	Числовые ряды. Основные понятия.
48	Ряд геометрической прогрессии.
49	Необходимый признак сходимости числового ряда.
50	Гармонический ряд.
51	Положительные числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
52	Необходимый и достаточный признаки сходимости положительных числовых рядов.
53	Признаки сравнения рядов.
54	Признак Даламбера.
55	Радикальный признак Коши.
56	Интегральный признак Коши.
57	Знакопеременный ряд.
58	Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
59	Абсолютная и условная сходимость.
60	Знакопеременный ряд.
61	Признак Лейбница.
62	Остаток ряда. Оценка остатка ряда с помощью признака Лейбница.
63	Функциональный ряд.
64	Область сходимости функционального ряда.
65	Степенной ряд.
66	Свойства степенных рядов.
67	Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
68	Нахождение радиуса сходимости степенного ряда с помощью

	признака Даламбера.
69	Ряд Тейлора. Ряд Макларена. Разложение функций в степенные ряд.
70	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях значений функции.
71	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях определенных интегралов.
72	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях дифференциальных уравнений.

Типовые расчетно-аналитические задания/задачи:

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить двумя способами: методом Крамера; средствами матричного исчисления; методом Гаусса; методом Жордана-Гаусса.

$$1. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

Тема 2. Элементы векторной алгебры

В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден.ед.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	a	b	t
	Сельское хозяйство	c	d	f

Найти:

1. плановые объемы валовой продукции отраслей, межотраслевые поставки, чистую продукцию отраслей;
2. необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление продукции сельского хозяйства увеличится на $k\%$, а промышленности на $l\%$.

a	b	c	d	t	f	k	l
0,1	0,3	0,55	0,1	100	400	10	30

Тема 3. Элементы аналитической геометрии

Даны вершины треугольника ABC. Найти: уравнение сторон; длину стороны BC; уравнение высоты, опущенной из вершины A; площадь треугольника ABC; систему неравенств, определяющих треугольник ABC.

$$A(2; -1), \quad B(-2; -2), \quad C(3; 4).$$

Тема 4. Элементы математического анализа

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{(2x - 5)(4 + x)}$
2. Найдите область допустимых значений функции:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x-x^3}.$$

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right)$
2. Найти точки разрыва функций $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$

Тема 7. Исследование функций с помощью производных

1. Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{16-x^2}{4x-5}$ и точки его пересечения с осями координат. По найденным данным схематически постройте график.
2. Проведите полное исследование функции и постройте ее график:
 1. $y = x + 3\sqrt[3]{x^2}$.
 2. $y = \frac{x^3}{12(x-2)}$.
 3. $y = (x^2 + 2x)e^x$.

Тема 8. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функций в замкнутой области, ограниченной заданными линиями $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.
2. Определить экстремумы функции. $z = 2x^2 - y^2 + 4xy + x + 7$.

Тема 9. Интегральное исчисление функции одной переменной.

1. Вычислите неопределенный интеграл $\int \left(2 \cos x + e^x - \frac{x}{\sqrt{x}} \right) dx$.
2. Найти прирост капитала предприятия на данном промежутке времени, если скорость изменения инвестиций имеет следующий вид: $I(t) = c\sqrt[t]{b} + d$, $\alpha \leq t \leq \beta$, при заданных значениях параметров.
3. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца: $y = ax^2 + bx$. Какую часть дохода получают c % наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода, если $a=0,87$, $b=0,13$, $c=12$.

Тема 10. Дифференциальные уравнения.

1. Решите уравнение $x^2 y' + xy^2 = y$
2. Решите уравнение $(2x+1)dy + y^2 dx = 0$
3. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $q = 50 - 2p - 4 \frac{dp}{dt}$ и $s = 70 + 2p - 5 \frac{dp}{dt}$. Найдите зависимость равновесной цены от времени, если $p = 10$ в момент времени $t = 0$.

1. Решением дифференциального уравнения $y'' + 10y' + 25y = 0$ является семейство функций...
2. Корни характеристического уравнения линейного однородного дифференциального уравнения равны: $k_1 = 2, k_2 = 3$. Тогда это уравнение имеет вид...
3. Решите уравнение $y'' + 2y' - 3y = \sin x$

Тема 11. Последовательности и ряды

1. Общий член ряда $1/2+2/3+3/4+4/5...$ равен...
2. Пятый член ряда $1/2+1/4+1/8+...$ равен...

3. Определите сходимость рядов $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n!$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$.

1. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.

2. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+8}$ равен...

3. Укажите середину интервала сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (2x-5)^n}{2n-1}$

Тематика курсовых работ/проектов (при наличии):

Курсовая работа по дисциплине «Высшая математика» учебным планом не предусмотрена.

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 балло в	«отлично» «зачтено»	ОПК-2. Способен применять основные законы и методы исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Применяет математические методы и осуществляет математическую обработку данных, полученных в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	Знает верно и в полном объеме: математические методы и осуществляет математическую обработку данных. Умеет верно и в полном объеме: рассчитывать экономические и показатели, полученные в ходе разработки продукции общественного	Продвинутый

				питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	
70 – 84 балло в	«хорошо»/ «зачтено»	ОПК-2. Способен применять основные законы и методы исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Применяет математические методы и осуществляет математическую обработку данных, полученных в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	Знает с незначительным и замечаниями: математические методы и осуществляет математическую обработку данных. Умеет с незначительным и замечаниями: рассчитывать экономические и показатели, полученные в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	Повышенный
50 – 69 балло в	«удовлетворительно»/ «зачтено»	ОПК-2. Способен применять основные законы и методы исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Применяет математические методы и осуществляет математическую обработку данных, полученных в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	Знает на базовом уровне, с ошибками: математические методы и осуществляет математическую обработку данных. Умеет на базовом уровне, с ошибками: рассчитывать экономические и показатели, полученные в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	Базовый
менее 50 балло в	«неудовлетворительно» / «не зачтено»	ОПК-2. Способен применять основные законы и методы	ОПК-2.1. Применяет математические методы и осуществляет	Не знает на базовом уровне: математические методы и	Компетенции не сформированы

		исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	математическую обработку данных, полученных в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	осуществляет математическую обработку данных. Не умеет на базовом уровне рассчитывать экономические и показатели, полученные в ходе разработки продукции общественного питания, а также исследований и экспертизы ее качества и качества используемого сырья	
--	--	--	--	--	--

Комплекты заданий контрольных работ для заочной формы обучения

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Заочная форма обучения предполагает самостоятельную работу студента над учебным материалом: поиск, анализ и оценка информации по содержанию учебного материала, решение задач, выполнение контрольных заданий. Перед выполнением контрольной работы студент должен изучить соответствующие разделы курса «Высшая математика», используя учебные издания, Интернет-ресурсы, дополнительную литературу. Список рекомендуемой литературы приведен в методических указаниях. Студент может использовать также учебники и учебные пособия, не включенные в данный список, если эти пособия содержат соответствующие разделы учебного курса. Однако, в случае возникновения затруднений при самостоятельном изучении материала, студент может обратиться к преподавателю для получения устной консультации.

Студенты-заочники, обучающиеся по направлению подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания направленность (профиль) программы «Технология и организация ресторанного бизнеса» в соответствии с учебным планом изучают курс «Высшей математики» в течение двух семестров первого года обучения и выполняют две контрольные работы.

При выполнении контрольной работы студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клетку, на титульном листе которой должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, полный шифр, курс, специальность.

2. Задачи следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях. Перед решением задачи надо полностью переписать ее условие.

3. Ход решения каждой задачи студент обязан оформить аккуратно, в полном соответствии с порядком решения типичной задачи, приведенной в данных методических указаниях.

5. Контрольная работа выполняется самостоятельно.

6. В случае незачета по контрольной работе студент обязан в кратчайший срок исправить все отмеченные ошибки и предоставить работу на повторную проверку.

7. Студент выполняет тот вариант, который совпадает с последней цифрой его номера зачетной книжки перед буквой В, цифра ноль соответствует 10 варианту.

Контрольная работа №1 по разделу «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Варианты контрольных заданий

1-10. Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить двумя способами: методом Крамера; средствами матричного исчисления; методом Гаусса; методом Жордана-Гаусса.

1.	$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$	2.	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$
3.	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -7, \\ 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 14. \end{cases}$	4.	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$
5.	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$	6.	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$
7.	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$	8.	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$
9.	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -4, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 17, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -6. \end{cases}$	10.	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 9. \end{cases}$

11-20. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти: длину ребра A_1A_2 ; угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; площадь грани $A_1A_2A_3$; объем пирамиды.

11. $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 2), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0)$.
12. $A_1(4, 4, 10), A_2(4, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 4)$.
13. $A_1(4, 6, 5), A_2(6, 9, 4), A_3(2, 10, 10), A_4(7, 5, 9)$.
14. $A_1(3, 5, 4), A_2(8, 7, 4), A_3(5, 10, 4), A_4(4, 7, 8)$.
15. $A_1(10, 6, 6), A_2(-2, 8, 2), A_3(6, 8, 9), A_4(7, 10, 3)$.
16. $A_1(1, 8, 2), A_2(5, 2, 6), A_3(5, 7, 4), A_4(4, 10, 9)$.
17. $A_1(6, 6, 5), A_2(4, 9, 5), A_3(4, 6, 11), A_4(6, 9, 3)$.
18. $A_1(7, 2, 2), A_2(5, 7, 7), A_3(5, 3, 1), A_4(2, 3, 7)$.
19. $A_1(8, 6, 4), A_2(10, 5, 5), A_3(5, 6, 8), A_4(8, 10, 7)$.
20. $A_1(7, 7, 3), A_2(6, 5, 8), A_3(3, 5, 8), A_4(8, 4, 1)$.

21-30. Даны вершины треугольника ABC . Найти: уравнение сторон; длину стороны BC ; уравнение высоты, опущенной из вершины A ; площадь треугольника ABC ; систему неравенств, определяющих треугольник ABC .

21. $A(2; -1), B(-2; -2), C(3; 4)$.
22. $A(12; 0), B(18; 8), C(0; 5)$.
23. $A(-2; -6), B(-6; -3), C(10; -1)$.
24. $A(8; 2), B(14; 10), C(-4; 7)$.
25. $A(2; -4), B(-2; -1), C(14; 1)$.
26. $A(2; -1), B(8; 7), C(-10; 4)$.

27. A (5; -3), B (1; 0), C (17; 2).
 28. A (14; -6), B (20; 2), C (2; -1).
 29. A (3; 4), B (-1; 7), C (15; 9).
 30. A (1; -2), B (7; 6), C (-11; 3).

31-40. В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден.ед.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	a	b	t
	Сельское хозяйство	c	d	f

Найти:

1. плановые объемы валовой продукции отраслей, межотраслевые поставки, чистую продукцию отраслей;
2. необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление продукции сельского хозяйства увеличится на $k\%$, а промышленности на $l\%$.

	a	b	c	d	t	f	k	l
31	0,1	0,3	0,55	0,1	100	400	10	30
32	0,3	0,5	0,25	0,25	200	300	20	35
33	0,4	0,25	0,5	0,4	300	200	30	40
34	0,5	0,15	0,3	0,25	400	100	40	45
35	0,45	0,1	0,25	0,5	500	200	45	40
36	0,25	0,4	0,1	0,3	400	300	35	35
37	0,15	0,55	0,55	0,15	300	400	25	30
38	0,55	0,35	0,15	0,15	200	500	15	25
39	0,35	0,15	0,1	0,45	100	400	5	20
40	0,6	0,1	0,25	0,3	200	300	10	15

41-50. Структурная матрица торговли двух стран имеет следующий вид: $A = \begin{pmatrix} d & f \\ e & g \end{pmatrix}$. Найти

бюджеты этих стран, удовлетворяющие условию сбалансированности бездефицитной торговли при $x_1 + x_2 = h$.

	d	e	f	g	h
41	0,2	0,8	0,6	0,4	800
42	0,3	0,7	0,2	0,8	900
43	0,1	0,9	0,4	0,6	700
44	0,8	0,2	0,3	0,7	600
45	0,4	0,6	0,2	0,8	200
46	0,3	0,7	0,1	0,9	500
47	0,7	0,3	0,9	0,1	400
48	0,1	0,9	0,3	0,7	300
49	0,7	0,3	0,8	0,2	650
50	0,2	0,8	0,4	0,6	750

Контрольная работа №2 по разделу «Математический анализ»

Варианты контрольных заданий

1-10. Не применяя правило Лопиталья, найти пределы функций.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{3x}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+1}{2x^3+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 8x}{1-\cos 4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^{2x+1}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+x^2-6}{2x^4-x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1-\cos x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x}\right)^{x-3}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+6x-5}{5x^2-x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x}\right)^{2x}$.

5. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4+x+3}{x^4-12x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-4x}{-4x}\right)^x$.

6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x}\right)^{5x+1}$.

7. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{2x^2-5x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} x}{1-\cos x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x}\right)^{1-2x}$.

8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4-2x^2+x}{3x^4+3x^2+2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$.

9. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2+5}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{7x}$.

10. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+x^2+3}{x^3+x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{6x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x}\right)^x$.

11-20. Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.

11. $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$ 12. $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -2, \\ x^2+1, & -2 \leq x < 2, \\ -x+3, & x \geq 2. \end{cases}$

13. $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$ 14. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$

15. $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$ 16. $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$

$$17. f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases} \quad 18. f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4, \\ 2, & x > \pi/4. \end{cases}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 2, \\ 2, & x > 2. \end{cases} \quad 20. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 3, & x \geq 4. \end{cases}$$

21-30. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

21. а) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$, б) $y = x^2 \sin 3x$,
 в) $y = \ln \cos 4x$, г) $y = a^{x^2} - e^{-x^2}$.
22. а) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 4}}$, б) $y = \cos 2x - 2 \sin^2 3x$,
 в) $y = \ln \frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2}$, г) $y = \arccos \sqrt{1 - 4x}$.
23. а) $y = (2x + 3x^3)^5$, б) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x + x$,
 в) $y = \ln \frac{x^2}{1 - x^2}$, г) $y = 2 \arcsin \sqrt{x^3}$.
24. а) $y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3}$, б) $y = -3 \cos x \cdot \operatorname{ctg} x$,
 в) $y = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$, г) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}$.
25. а) $y = \frac{\sqrt{1-4x}}{x^2}$, б) $y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$,
 в) $y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a} \right)$, г) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$.
26. а) $y = \sqrt{4x^2 + 3}$, б) $y = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x}$,
 в) $y = \ln \frac{2e^x}{e^x + 1}$, г) $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$.
27. а) $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$, б) $y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$,
 в) $y = \ln(ax^2 + bx + c)$, г) $y = \arccos \frac{1}{2} x$.
28. а) $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$, б) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$,
 в) $y = e^{-x} \ln x$, г) $y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$.

29. а) $y = \frac{10}{\sqrt[4]{(x^2 + 4)^3}}$, б) $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$,
 в) $y = \ln^4 \sin 2x$, г) $y = \left(\arcsin \frac{x}{3}\right)^3$.

30. а) $y = 2\sqrt[3]{(2-x^3)^2}$, б) $y = (e^{\sin x} - 1)^3$,
 в) $y = x(1 - \ln x)$, г) $y = 2 \arcsin \frac{1}{x}$.

31-40. Исследовать методами дифференциального исчисления функции и построить графики.

31. $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 5$; 32. $y = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x+1}$;
 33. $y = (2x^3) / (x^2 - 4)$; 34. $y = x + \ln(x^2 - 1)$;
 35. $y = x^2 e^{1/x}$; 36. $y = (4x^3 - x^4) / 5$;
 37. $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$; 38. $y = \sin^4 x + \cos^4 x$;
 39. $y = x + 2 \operatorname{arctg} x$; 40. $y = (x^3) / (x^2 - 1)$.

41-50. Найти: а) наибольшее и наименьшее значения функций в замкнутой области, ограниченной заданными линиями; б) экстремумы функции.

41. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$, $x = 0, y = 0, x + y = -3$.
 42. $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$, $x = 0, y = 0, 2x + 3y - 12 = 0$.
 43. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy$, $x = 0, x = 2, y = 1, y = -1$.
 44. $z = xy^2 + 4xy + 4x - 8$, $-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 0$.
 45. $z = x^3 - 3x^2y + 3y + 5$, $-2 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$.
 46. $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 3$, $x = 0, y = 0, x + y = 1$.
 47. $z = x^3 + y^3 - 3xy$, $0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2$.
 48. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$, $x = 1, y = 1, x + y = 1$.
 49. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$, $0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4$.
 50. $z = xy(4 - x - y)$, $x = 1, y = 0, x + y = 6$.

51-60. Решить дифференциальные уравнения.

51. $y - xy' = x + yy'$. 52. $y dy + (x - 2y) dx = 0$.

53. $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$. 54. $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$.
55. $x^2 y^2 y' + xy^3 = 1$. 56. $y' - y = e^x$.
57. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$. 58. $y' + y = x\sqrt{y}$.
59. $\cos y dx = (x + 2\cos y) \sin y dy$ 60. $x dy - y dx = y dy$.

61-70. Найти область сходимости рядов.

61. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2n+3}$. 62. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n 9^n}$.
63. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n} (x-5)^n$. 64. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^n}{2n+1}$.
65. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^n}$. 66. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+4)^n}{3^n(n+4)}$.
67. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$. 68. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^{n+1}}$.
69. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$. 70. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.

71-80. Найти решение задачи Коши и построить соответствующую интегральную кривую.

71. $y' = y + 1, y(0) = 1$. 72. $y' = -y + 1, y(0) = -3$.;
73. $y' = y + 1, y(0) = -2$. 74. $y' = y + 2, y(0) = 5$.
75. $y' = y + 1, y(1) = 2$. 76. $y' = 2y + 1, y(0) = -2$.
77. $y' = y + 1, y(-1) = 2$. 78. $y' = 2y - 2, y(1) = 2$.
79. $y' = 2y + 1, y(3) = 1$. 80. $y' = 5y - 7, y(0) = -2$.

Критерии оценки :

- **зачтено** -выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- **не зачтено** - выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме , не решена, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)