

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Петровская Анна Викторовна
Должность: Директор
Дата подписания: 22.09.2025 13:05:41
Уникальный программный ключ:
798bda6555fbdebe827768f6f1710bd17a9070c31fdc1b6a6ac3aff10c8c3199

Приложение 6 к основной профессиональной образовательной программе по направлению подготовки 38.03.01 Экономика направленность (профиль) программы Экономика и управление на предприятии (организации)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова»
Краснодарский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова

Факультет экономики, менеджмента и торговли

Кафедра экономики и цифровых технологий

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине **«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

Направление подготовки **38.03.01 ЭКОНОМИКА**

Направленность (профиль) программы
Экономика и управление на предприятии (организации)

Уровень высшего образования **Бакалавриат**

Год начала подготовки 2025

Краснодар – 2024 г.

Составитель:

Старший преподаватель

Л.А. Винковская

Оценочные материалы одобрены на заседании кафедры экономики и цифровых технологий, протокол № 9 от 14.03.2024 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине Линейная алгебра

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	ОПК-2.1. З-1. Знает методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях ОПК-2.1. У-1. Умеет работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач. ОПК-2.1. У-2. Умеет рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы ОПК-2.1. У-3. Умеет представить наглядную визуализацию данных	Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений Тема 2. Ранг матрицы Тема 3. Структура множества решений системы линейных уравнений Тема 4. Элементы векторной алгебры Тема 5 Элементы аналитической геометрии Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях

Вопросы для проведения опроса на занятиях

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел I. Линейная алгебра.

Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений.

Вопросы для проведения опроса:

1. Матрицы и действия с ними.
2. Свойства операций над матрицами.
3. Определители.
4. Свойства определителей.
5. Обратная матрица и способы ее нахождения.

Тема 2. Ранг матрицы.

Вопросы для проведения опроса:

6. Ранг матрицы.
7. Ранг ступенчатой матрицы.
8. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях.
9. Теорема о ранге матрицы.
10. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов).
11. Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.

Тема 3. Структура множества решений системы линейных уравнений

Вопросы для проведения опроса:

12. Линейные уравнение с n неизвестными.
13. Образование систем линейных уравнений .
14. Условие совместности и определенности систем линейных уравнений.
15. Матричная запись систем линейных уравнений.
16. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капели.
17. Решение невырожденных линейных систем.
18. Формулы Крамера.
19. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса .
20. Система однородных линейных уравнений.

Раздел 2. Приложение линейной алгебры

Тема 4. Элементы векторной алгебры

Вопросы для проведения опроса:

21. Векторы. Линейные операции над векторами.
22. Операции и свойства векторов. Скалярное произведение векторов.
23. Норма вектора.
24. Векторное, смешанное произведение векторов и их приложения.
25. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
26. Базис и ранг пространства R^n . Векторы и матрицы.

27. Ортогональная система векторов.

Тема 5 Элементы аналитической геометрии

Вопросы для проведения опроса:

28. Декартова прямоугольная и полярная системы координат на плоскости.
29. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом.
30. Угол между прямыми.
31. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
32. Расстояние от точки до прямой.
33. Прямая и плоскость в пространстве R^3 . Расстояние от точки до плоскости.
34. Векторное, параметрическое, каноническое уравнения в пространстве R^3 .

Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

Вопросы для проведения опроса:

35. Использование алгебры матриц.
36. Использование систем линейных алгебраических уравнений.
37. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).
38. Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
39. Применение балансового метода в анализе экономических показателей.
40. Линейная модель торговли.
41. Структурная матрица торговли.

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме, при ответе допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен не в полном объеме, при ответе допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос не представлен, или при ответе допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Задания для текущего контроля

Расчетно-аналитические задания

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел I. Линейная алгебра.

Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений.

1. Вычислить определители матриц K, F, C, A . Провести вычисления непосредственно и с использованием MS Excel.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & -N & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & N & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & N & 4 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 & -N \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Для заданных матриц F, A (задание 1) найти миноры M_{33}, M_{11}, M_{23} и алгебраические дополнения $A_{23}, A_{32}, A_{14}, A_{44}$ соответствующих элементов.

3. Найти неизвестное число x из уравнений:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

4. Вычислить определитель матрицы A двумя способами: 1) получением нулей в i -й строке и разложением по элементам этой строки; 2) получением нулей в j -м столбце и разложением по элементам этого столбца.

$$i = 2, j = 3, A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & -3 & 3 \\ -4 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определитель четвертого порядка, используя как алгебраические дополнения, так и элементарные преобразования матриц.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

Тема 2. Ранг матрицы.

1. Привести матрицы к каноническому виду, определить базисные миноры и ранги: $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить ранг матриц A и B и ранг их произведения AB : $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Указать те значения параметров p и q , при которых ранг матрицы равен единицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & p \\ 5 & 10 & q \end{pmatrix}$.

4. Определить собственные значения и собственные векторы матриц: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Построить матрицу размера 4×5 , имеющую ранг $r = 1$.

Тема 3. Структура множества решений системы линейных уравнений

Задание 1. Записать системы уравнений в матричной форме. Назвать все составляющие матричной системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$

Задание 2. Решить системы уравнений методом (по формулам) Крамера

$$\begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 5x + 4y = 17 \end{cases}$$

Задание 3. Решить системы уравнений матричным методом (с помощью обратной матрицы)

$$\begin{cases} 5x + 8y + 6z = 7 \\ 3x + 5y + 4z = 5 \\ 7x + 9y + 4z = 1 \end{cases}$$

Задание 4. Определить, является ли система уравнений совместной, и если да, то сколько имеет

решений? $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -4 \\ x_1 + 8x_2 + 7x_3 - 7x_4 = 6 \end{cases}$

Задание 5. Решить системы уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \end{cases}$

Раздел 2. Приложение линейной алгебры

Тема 4. Элементы векторной алгебры

1. Найти линейную комбинацию векторов: $2\vec{a} + 4\vec{b} - 2\vec{c}$, где $\vec{a} = \{4; 1; 0\}$, $\vec{b} = \{2; 1; 3\}$, $\vec{c} = \{-1; 3; 5\}$.
2. Найти длину вектора: $\vec{a} = \{2; 4; -3; 0\}$.
3. Вычислить длину вектора: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, где $\vec{a} = \{2; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{1; 2; 2\}$.
4. Найти линейную комбинацию векторов: $\vec{d} = (\vec{a}, \vec{b})\vec{c} - \vec{a}$, где $\vec{a} = \{1; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 2; 0\}$, $\vec{c} = \{3; 2; 1\}$.
5. Найти длину вектора $\vec{c} = (\vec{a}, \vec{b})\vec{b}$, где $\vec{a} = \{2; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{1; 2; -1\}$.

Тема 5 Элементы аналитической геометрии

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(1, 2, -1)$, $M_2(2, 2, 3)$, $M_3(1, 0, -2)$.
2. Найти расстояние от точки $M(5, 3, 2)$ до плоскости $2x + 3y + 6z + 4 = 0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2, -3, 1)$ параллельно плоскости $5x - 4y + 7z - 43 = 0$.

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3, -4, 1)$ перпендикулярно двум плоскостям $P_1: 2x - 3y + 4z - 17 = 0$, $P_2: 5x - y + 2z + 35 = 0$.
5. Даны общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z + 7 = 0, \\ x + 3y - 4z - 1 = 0. \end{cases}$$

Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

В таблице приведены данные по балансу за некоторый промежуток времени между тремя отраслями промышленности.

Найти: 1) векторы конечного потребления и валового выпуска, 2) матрицу коэффициентов прямых затрат, 3) определить является ли она продуктивной, используя два критерия продуктивности. 4) Объем валового выпуска каждого вида продукции, если конечное потребление по отраслям возрастет соответственно до y_1, y_2, y_3 условных денежных единиц. Решить задачу одним из методов: Крамера, обратной матрицы, Гаусса. Жордана – Гаусса. 5) Определить процентные изменения валовых выпусков, необходимых для обеспечения заданного увеличения компонент вектора конечного продукта.

	Потребление			Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	2	3		
1	20	35	5	40	100
2	20	10	10	60	100
3	20	15	5	10	50

$$y_1 = 60, y_2 = 70, y_3 = 30$$

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если задание решено не в полном объеме, при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если задание не решено, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Задания для творческого рейтинга

Темы для докладов

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Тема 1 Преобразования матриц и системы линейных уравнений

1. Правила вычисления определителей 1 и 2-го порядков.
2. Правила вычисления определителя 3-го порядка.
3. Правила вычисления определителя n-го порядка.

Тема 2. Ранг матрицы

4. Методы нахождения ранга матрицы.

5. Понятие базисных миноров.
6. Определение собственного числа, собственного вектора матрицы.
7. Элементы матрицы являющиеся линейно зависимыми и линейно независимыми.

Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений

8. Понятие и примеры СЛАУ определенной (неопределенной).
9. Понятие общего, базисного и частного решениями системы.
10. Методы решения совместных неопределенных СЛАУ n-го порядка.
11. Биографии Иоганна Карла Фридриха Гаусса, Мари Энмон Камиль Жордана, Габриэля Крамера.

Тема 4 Элементы векторной алгебры

12. Условия коллинеарности и параллельности векторов.
13. Условия перпендикулярности векторов.
14. Понятие скалярного произведения векторов.
15. Метод разложения векторов по ортам.
16. Метод нормирования вектора.

Тема 5 Элементы аналитической геометрии

17. Условия перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.
18. Уравнение прямой в пространстве.
19. Условия перпендикулярности и параллельности двух прямых в пространстве.
20. Условия перпендикулярности и параллельности прямой и плоскости.

Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

21. Анализ балансовой модели.
22. Построение балансовых моделей. Применение формул обращения.
23. Построение балансовых моделей. Разложение в матричный ряд.
24. Понятие структурной матрицы.
25. Биография Рене Декарта и Леонарда Эйлера.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент свободно ориентируется в теме доклада, отвечает на дополнительные вопросы *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада не раскрыта, или при ответе на вопросы допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Структура экзаменационного билета

<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
<i>Вопрос 1</i>	<i>10</i>
<i>Вопрос 2</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое)</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое)</i>	<i>10</i>

Задания, включаемые в экзаменационный билет

Типовой перечень вопросов к экзамену:

Номер вопроса	Перечень вопросов к экзамену
1.	Матрицы, основные понятия.
2.	Операции над матрицами.
3.	Свойства операций над матрицами.
4.	Определители, понятия виды.
5.	Определители 2 и 3 порядка.
6.	Определители высших порядков.
7.	Свойства определителей.
8.	Обратная матрица.
9.	Способы нахождения обратной матрицы. Формула для вычисления обратной матрицы.
10.	Вычисление обратной матрицы с помощью построения.
11.	Ранг матрицы.
12.	Способы вычисления рангов матриц.
13.	Системы линейных уравнений, основные понятия.
14.	Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
15.	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16.	Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
17.	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
18.	Решение линейных однородных систем уравнений.
19.	Векторы основные понятия.
20.	Векторы и линейные операции над ними.
21.	Проекция вектора на ось.
22.	Разложение вектора по ортам координатных осей.
23.	Модуль вектора. Направляющие косинусы.
24.	Определение скалярного произведения.
25.	Скалярное произведение векторов и его свойства.
26.	Выражение скалярного произведения через координаты.
27.	Приложения скалярного произведения.
28.	Определение векторного произведения.

29.	Векторное произведение векторов и его свойства.
30.	Выражение векторного произведения через координаты.
31.	Приложения векторного произведения.
32.	Определение смешанного произведения.
33.	Смешанное произведение векторов и его свойства.
34.	Выражение смешанного произведения через координаты.
35.	Некоторые приложения смешанного произведения.
36.	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
37.	Ортогональная система векторов.
38.	Базис пространства.
39.	Разложение вектора по произвольному базису.
40.	Собственные значение и собственные векторы матрицы.
41.	Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
42.	Ортогональные и симметрические матрицы.
43.	Квадратичные формы.
44.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
45.	Определение положительной и отрицательной квадратичной формы.
46.	Линии на плоскости.
47.	Основные понятия линии.
48.	Различные виды уравнений прямой на плоскости.
49.	Прямая линия на плоскости. Различные виды задач.
50.	Линии второго порядка на плоскости.
51.	Основные понятия общего уравнения линия второго порядка.
52.	Окружность уравнения понятия, свойства.
53.	Эллипс уравнения понятия, свойства.
54.	Гипербола уравнения понятия, свойства.
55.	Парабола уравнения понятия, свойства.
56.	Уравнение поверхности и линии в пространстве.
57.	Основные понятия. Уравнение плоскости в пространстве.
58.	Плоскость. Основные задачи.
59.	Уравнение прямой в пространстве. Понятия.
60.	Уравнения прямых в пространстве. Основные задачи.
61.	Прямая и плоскость в пространстве. Понятия.
62.	Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.
63.	Балансовый метод анализа экономических показателей.
64.	Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
65.	Задачи межотраслевого баланса.
66.	Понятие и анализ балансовой модели.
67.	Построение балансовых моделей.
68.	Задачи на построение балансовых моделей.
69.	Применение формул обращения.
70.	Построение балансовых моделей.
71.	Понятие структурной матрицы.
72.	Задачи приводящие к структурным моделям.

Практические задания к экзамену:

1	1. Найти собственные числа и собственные вектора матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$										
2	Даны координаты точек A_1, A_2, A_3, A_4, B в системе координат $OXYZ$. Найти координаты векторов $\overline{A_1A_2} = \overline{a_1}$, $\overline{A_1A_3} = \overline{a_2}$, $\overline{A_1A_4} = \overline{a_3}$, $A_1B = \overline{b}$. Проверить, что векторы (a_1, a_2, a_3) образуют базис и найти разложение вектора $\overline{b}$ по этому базису. <table><tr><td>A_1</td><td>A_2</td><td>A_3</td><td>A_4</td><td>B</td></tr><tr><td>(1; 1; 1)</td><td>(3; 6; 7)</td><td>(1; 5; 3)</td><td>(0; 4; -1)</td><td>(0; 7; 3)</td></tr></table>	A_1	A_2	A_3	A_4	B	(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)
A_1	A_2	A_3	A_4	B							
(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)							
3	Даны координаты точек A_1, A_2, A_3, A_4, B в системе координат $OXYZ$. Найти координаты векторов $\overline{A_1A_2} = \overline{a_1}$, $\overline{A_1A_3} = \overline{a_2}$, $\overline{A_1A_4} = \overline{a_3}$, $A_1B = \overline{b}$. Проверить, что векторы (a_1, a_2, a_3) образуют базис и найти разложение вектора $\overline{b}$ по этому базису. <table><tr><td>A_1</td><td>A_2</td><td>A_3</td><td>A_4</td><td>B</td></tr><tr><td>(0; -4; -6)</td><td>(2; -5; -4)</td><td>(5; -5; -10)</td><td>(5; -1; -12)</td><td>(7; 6; -14)</td></tr></table>	A_1	A_2	A_3	A_4	B	(0; -4; -6)	(2; -5; -4)	(5; -5; -10)	(5; -1; -12)	(7; 6; -14)
A_1	A_2	A_3	A_4	B							
(0; -4; -6)	(2; -5; -4)	(5; -5; -10)	(5; -1; -12)	(7; 6; -14)							
4	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$										
5	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$ Найти общее решение и одно частное решение.										
6	Найти линейную комбинацию векторов: $2\overline{a} + 4\overline{b} - 2\overline{c}$, где $\overline{a} = (4, 1, 0)$, $\overline{b} = (2, 1, 3)$, $\overline{c} = (-1, 3, 5)$										
7	Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$										
8	Решить систему линейных уравнений методом Крамера $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x + 3y + z = -1 \\ x - y + 2z = 6 \end{cases}$										
9	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(1;7)$, $B(-1;1)$, $C(2;-3)$; Найти: уравнения сторон треугольника; уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; уравнение медианы CD; уравнение высоты AE;										
10	Решить систему линейных уравнений матричным методом $\begin{cases} 2x + y + z = 3; \\ 5x - 2y + 3z = 0; \\ x + 2z = 5. \end{cases}$										
11	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(1;7)$, $B(-1;1)$, $C(2;-3)$; Найти:										

	уравнения сторон треугольника; уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; уравнение медианы CD; уравнение высоты AE;
12	Решить систему линейных уравнений матричным методом $\begin{cases} 2x + y + z = 3; \\ 5x - 2y + 3z = 0; \\ x + 2z = 5. \end{cases}$
13	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(3;2)$, $B(-1;2)$, $C(4;-3)$; Найти: уравнения сторон треугольника; уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; уравнение медианы CD; уравнение высоты AE;
14	Даны матрицы B, C, D, E, F $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$ $E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ Найти следующие комбинации этих матриц $L = 2C - F + EDB$
15	Найти ранг произведения матриц AB, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 & 8 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
16	Найти скалярное, векторное и смешанное произведение векторов $a = 3i - 2j + k$, $b = 4j - 5k$.
17	Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Доказать совместимость этой системы и решить ее матричным методом. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -14. \end{cases}$
18	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек: $A(2;1)$, $B(1;4)$, $C(1;5)$; Найти: координаты вектора $\overrightarrow{CA}$; длину отрезка AB ; площадь треугольника ABC ; угол B .
19	Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$, такие что $A(4;2;5)$, $B(0;7;2)$, $C(0;2;-7)$, $D(1;5;0)$.

	Найти: длины ребер пирамиды AB, AC, AD, угол между ребрами AB и BC
20	Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить средствами матричного исчисления. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$
21	В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов: $\bar{a}(2;1;3)$, $\bar{b}(1;2;-2)$, $\bar{c}(3;3;-2)$; 1. Найти координаты векторов $2\bar{a} + 5\bar{b} - \bar{c}$, $\bar{b}(\bar{a}\bar{c})$. 2. Вычислить $\bar{a}^2 + \bar{b}^2 - \bar{b}\bar{c}$; $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$. 3. Найти косинус угла между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
22	Решить систему линейных уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$
23	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
24	Даны координаты вершин пирамиды ABCD, такие что $A(-4;2;6)$, $B(2;-3;0)$, $C(-10;5;8)$, $D(-5;2;-4)$. Найти: длину ребра AB, AC, BC и угол между ребрами AB и AD
25	Выяснить является ли данная система векторов $A_1(1,2,3)$, $A_2(2,-1,1)$, $A_3(1,3,4)$ линейно зависимой или линейно независимой, найти разложение вектора $B(1,4,-1)$ заданным векторам.
26	Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить методом Крамера. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$
27	2. В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов: $\bar{a}(2;-1;3)$, $\bar{b}(-1;2;-2)$, $\bar{c}(0;3;-2)$; Найти координаты векторов $3\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}$, $\bar{b}(\bar{a}\bar{c})$. Вычислить $\bar{a}^2 + \bar{b}^2 - \bar{b}\bar{c}$; $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$. Найти косинус угла между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
28	3. Вычислить ранг заданной матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$
29	Выяснить является ли данная система векторов $A_1(1,2,3)$, $A_2(2,-1,1)$, $A_3(1,3,4)$ линейно зависимой или линейно независимой, найти разложение вектора $B(1,4,-1)$ заданным векторам

30	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$										
31	Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ 6 & -2 & -10 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$										
32	4. Найти общее решение и одно частное решение. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$										
33	5. На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек: $A(-1;2), B(3;-2), C(0;1)$; Найти: координаты вектора $\overrightarrow{CA}$; длину отрезка AB; площадь треугольника ABC; угол B.										
34	6. Найти собственные числа и собственные вектора матрицы A. $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$										
35	Даны координаты точек A_1, A_2, A_3, A_4, B в системе координат $OXYZ$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{A_1A_2} = \overline{a_1}, \overrightarrow{A_1A_3} = \overline{a_2}, \overrightarrow{A_1A_4} = \overline{a_3}, A_1B = \overline{b}$. Проверить, что векторы (a_1, a_2, a_3) образуют базис и найти разложение вектора $\overline{b}$ по этому базису. <table><tr><td>A_1</td><td>A_2</td><td>A_3</td><td>A_4</td><td>B</td></tr><tr><td>(1; 1; 1)</td><td>(3; 6; 7)</td><td>(1; 5; 3)</td><td>(0; 4; -1)</td><td>(0; 7; 3)</td></tr></table>	A_1	A_2	A_3	A_4	B	(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)
A_1	A_2	A_3	A_4	B							
(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)							
36	Даны координаты точек A_1, A_2, A_3, A_4, B в системе координат $OXYZ$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{A_1A_2} = \overline{a_1}, \overrightarrow{A_1A_3} = \overline{a_2}, \overrightarrow{A_1A_4} = \overline{a_3}, A_1B = \overline{b}$. Проверить, что векторы (a_1, a_2, a_3) образуют базис и найти разложение вектора $\overline{b}$ по этому базису. <table><tr><td>A_1</td><td>A_2</td><td>A_3</td><td>A_4</td><td>B</td></tr><tr><td>(0; -4; -6)</td><td>(2; -5; -4)</td><td>(5; -5; -10)</td><td>(5; -1; -12)</td><td>(7; 6; -14)</td></tr></table>	A_1	A_2	A_3	A_4	B	(0; -4; -6)	(2; -5; -4)	(5; -5; -10)	(5; -1; -12)	(7; 6; -14)
A_1	A_2	A_3	A_4	B							
(0; -4; -6)	(2; -5; -4)	(5; -5; -10)	(5; -1; -12)	(7; 6; -14)							
37	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$										
38	Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$										
39	Решить систему линейных уравнений методом Крамера $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x + 3y + z = -1 \\ x - y + 2z = 6 \end{cases}$										
40	Решить систему линейных уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 2x + y + z = 3; \\ 5x - 2y + 3z = 0; \\ x + 2z = 5. \end{cases}$										

Расчетно-аналитические задания/задачи:

Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений

1. Вычислить определители матриц K, F, C, A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & -N & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & N & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & N & 4 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 & -N \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Для заданных матриц F, A (задание 1) найти миноры M_{33}, M_{11}, M_{23} и алгебраические дополнения $A_{23}, A_{32}, A_{14}, A_{44}$ соответствующих элементов.

3. Найти неизвестное число x из уравнений:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

1. Решить матричные уравнения:

$$5 \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & N & 2 \end{pmatrix} + 2X - \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & N & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = O$$

Тема 2. Ранг матрицы

1. Решить матричное уравнение: а) методом Гаусса (элементарными преобразованиями); б) вычисляя (если это возможно) обратную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. С первого склада каждому из трех получателей отправлено по x единиц груза, со второго

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ — матрица}$$

склада — по y единиц, с третьего — по z единиц груза.

транспортных расходов (a_{ij} — затраты на перевозку единицы груза с i -го склада j -му получателю). Определить x, y, z если первый получатель затратил на перевозку b_1 , второй — b_2 , третий — b_3 денежных единиц. Найти решение системы методом Крамера.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = (10 \quad 17 \quad 17)$$

Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений

1. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместимость и найти решение, если она совместна, методом Гаусса. Выполнить проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Заданы затраты трех видов сырья (S_1, S_2, S_3) на производство каждого из трех видов продукции (P_1, P_2, P_3) и количество каждого вида сырья.

$P_k \backslash S_i$	P_1	P_2	P_3	Запасы сырья
S_1	6α	4α	5α	48β
S_2	4α	3α	α	29β
S_3	5α	2	3α	31β

Требуется определить план производства, который бы обеспечил полное использование сырья.

3. На базе находится товар трех видов А, В, С, которым она снабжает ларьки, магазины и универмаги. За определенный период торговые организации могут реализовать товар в количестве, указанном в таблице. Сколько ларьков, магазинов и универмагов может обеспечить база, чтобы полностью продать товар. Решение найти методом Жордана – Гаусса.

товар	ларек	магазин	универмаг	количество товара на базе
А	m-2	m-1	m+4	n-2
В	m+1	m	m+7	n+9
С	m	m+2	m+1	n+5

4. Решить системы методом Жордана - Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14. \end{cases}$$

5. Найти общее решение для каждой из данных систем и проанализировать его структуру (указать базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства, выделить частное решение неоднородной системы).

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 &= 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 &= 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 &= 0 \end{aligned}$$

Тема 4 Элементы векторной алгебры

1. Даны координаты точек A_1, A_2, A_3, A_4, B в системе координат $OXYZ$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{A_1A_2} = \overline{a_1}$, $\overrightarrow{A_1A_3} = \overline{a_2}$, $\overrightarrow{A_1A_4} = \overline{a_3}$, $A_1B = \overline{b}$. Проверить, что векторы (a_1, a_2, a_3) образуют базис и найти разложение вектора $\overline{b}$ по этому базису.

A_1	A_2	A_3	A_4	B
(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)

2. Дана система векторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$, в которой $\alpha_3 = (0; 1; 1; 2)$, $\alpha_4 = (1; 1; 1; 3)$, $\alpha_5 = (1; 0; 1; 2)$. Дополнить линейно независимую часть α_1, α_2 до базиса системы векторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ и все векторы, не вошедшие в базис, разложить по базису.

α_1	α_2
(2; -4; 5; 3)	(12; 2; -5; 9)

Тема 5. Элементы аналитической геометрии

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при N – четном: $\overline{a} \left(\frac{N+4}{2}; 1 \right)$, $\overline{b} \left(\frac{N-4}{2}; 2 \right)$, $\overline{c} \left(\frac{N-10}{2}; 3 \right)$;

при N – нечетном: $\overline{a} \left(\frac{N+7}{2}; 2 \right)$, $\overline{b} \left(\frac{N-5}{2}; 3 \right)$, $\overline{c} \left(\frac{N-11}{2}; 1 \right)$. $N=2$

1. Найти координаты векторов $\overline{a} - 2\overline{b} + \overline{c}$; $2\overline{a} + \overline{b} - 3\overline{c}$.

2. Проверить, что векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ образуют базис на плоскости. Найти координаты вектора $\overline{c}$ в этом базисе.

3. Определить при каком значении параметра α векторы $\overline{a}$ и $m(-2; \alpha)$ будут коллинеарными.

4. Найти координаты вектора $\overline{b}(\overline{ac}) - \overline{c}(\overline{ab})$.

5. Вычислить $\overline{a}^2 - \overline{bc}$, $\overline{b}^2 + (\overline{a} + 3\overline{c})\overline{b}$.

6. Найти косинус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

2. Относительно декартовой системы координат даны координаты точки:

при N – четном: $A \left(\frac{N}{2}; \frac{N+2}{2} \right)$; при N – нечетном: $A \left(\frac{N+3}{2}; \frac{5-N}{2} \right)$.

Найти:

1. угловой коэффициент прямой l_1 , проходящей через точку A параллельно вектору $\overline{a}(1; 3)$;

2. уравнение прямой l_2 , проходящей через точку A под углом $\frac{\pi}{4}$ к прямой l_1 ;

3. уравнение прямой l_3 , проходящей через точку A и отсекающей на осях координат равные отрезки;

4. косинус угла между прямыми l_1 и l_3 ;

5. уравнения прямых l_4 и l'_4 , проходящих через начало координат параллельно прямой l_2 ;
6. расстояние между прямыми l_2 и l_4 ;
7. координаты точки B пересечения прямых l_3 и l_4 ;
8. расстояние от точки B до прямой l_1 .

Тема 6. Применение элементов линейной алгебры в экономике

В таблице приведены данные о дневной производительности 5 предприятий, выпускающих 4 вида продукции с потреблением 3-х видов сырья, а также продолжительность работы каждого предприятия в году и цена каждого вида сырья.

Вид изделия №	Производительность предприятий, изд. /день					Затраты видов сырья изделия, ед. веса/изд.		
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	4	5	8	6
	Количество рабочих дней в году					Цена видов сырья		
	1	2	3	4	5	1	2	3
	200	150	170	120	140	40	50	60

Требуется определить:

- 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий;
- 2) годовую потребность каждого предприятия по каждому виду сырья;
- 3) годовую сумму кредитования каждого предприятия для закупки сырья, необходимого для выпуска продукции указанных видов и количеств.
- 4) По данным таблицы составить новую таблицу по следующим условиям:
 - дневная производительность всех предприятий увеличивается на 100%,
 - число рабочих дней в году для 1-го предприятия увеличивается на 50%, а для остальных – на 40%,
 - цены на виды сырья уменьшаются соответственно на 10, 20 и 30%.

Определить суммы кредитования предприятий и их соответствующие процентные изменения.

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 баллов	«отлично»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Знает верно и в полном объеме: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет верно и в полном объеме: работать с национальными и международными	Продвинутый

				базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач, рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы, представить наглядную визуализацию данных.	
70 – 84 баллов	«хорошо»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач, рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы, представить наглядную визуализацию	Повышенный

				данных.	
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Знает на базовом уровне, с ошибками: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет на базовом уровне, с ошибками: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач, рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы, представить наглядную визуализацию данных.	Базовый
менее 50 баллов	«неудовлетворительно»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Не знает на базовом уровне: принципы, методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Не умеет на базовом уровне: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических	Компетенции не сформированы

				задач, рассчитывать экономические и социально- экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно- правовой базы, представить наглядную визуализацию данных.	
--	--	--	--	---	--