Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Петровская Анна Викторовна

Должность: Директор

Дата подписания: 22.09.2025 12:52:30 Уникальный программный ключ:

Приложение 6 к основной профессиональной образовательной программе по направлению подготовки 38.03.01 Экономика 798bda6555fbdebe827768f6f1710bd17a9070c31fdc1b6a6aфанравденность (профиль) программы Экономика и

управление на предприятии (организации)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова» Краснодарский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова

Факультет экономики, менеджмента и торговли

Кафедра экономики и цифровых технологий

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Направление подготовки 38.03.01 ЭКОНОМИКА

Направленность (профиль) программы <u>Экономика и управление на предприятии (организации)</u>

Уровень высшего образования *Бакалавриат* 

Год начала подготовки 2024

Краснодар —  $2023 \, \Gamma$ .

## Составитель:

Старший преподаватель

Л.А. Винсковскя

Оценочные материалы одобрены на заседании кафедры экономики и цифровых технологий, протокол № 8 от 16.03.2023 г.

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

## по учебной дисциплине Линейная алгебра

# ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
ОПК-2. Способен	ОПК-2.1. Использует	ОПК-2.1. 3-1. Знает	Тема 1. Преобразования
осуществлять сбор,	основные методы,	методы поиска и	матриц и системы
обработку и	средства получения,	систематизации	линейных уравнений
статистический	представления, хранения	информации об	Тема 2. Ранг матрицы
анализ данных,	и обработки	экономических	Тема 3. Структура
необходимых для	статистических данных	процессах и явлениях	множества решений
решения		ОПК-2.1. У-1. Умеет	системы линейных
поставленных		работать с	уравнений
экономических задач		национальными и	Тема 4. Элементы
		международными	векторной алгебры Тема
		базами данных с целью	5 Элементы
		поиска информации,	аналитической
		необходимой для	геометрии
		решения поставленных	Тема 6 Применение
		экономических задач.	элементов линейной
		ОПК-2.1. У-2. Умеет	алгебры в экономике
		рассчитывать	•
		экономические и	
		социально-	
		экономические	
		показатели,	
		характеризующие	
		деятельность	
		хозяйствующих	
		субъектов на основе	
		типовых методик и	
		действующей	
		нормативно-правовой	
		базы ОПК-2.1. У-3.	
		Умеет представить	
		наглядную	
		визуализацию данных	

## МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

## Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях

## Вопросы для проведения опроса на занятиях

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

## Раздел I. Линейная алгебра.

## Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений.

## Вопросы для проведения опроса:

- 1. Матрицы и действия с ними.
- 2. Свойства операций над матрицами.
- 3. Определители.
- 4. Свойства определителей.
- 5. Обратная матрица и способы ее нахождения.

## Тема 2. Ранг матрицы.

## Вопросы для проведения опроса:

- 6. Ранг матрицы.
- 7. Ранг ступенчатой матрицы.
- 8. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях.
- 9. Теорема о ранге матрицы.
- 10. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов).
- 11. Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.

## Тема 3. Структура множества решений системы линейных уравнений

## Вопросы для проведения опроса:

- 12. Линейные уравнение с п неизвестными.
- 13. Образование систем линейных уравнений.
- 14. Условие совместности и определенности систем линейных уравнений.
- 15. Матричная запись систем линейных уравнений.
- 16. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера Капели.
- 17. Решение невырожденных линейных систем.
- 18. Формулы Крамера.
- 19. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
- 20. Система однородных линейных уравнений.

## Раздел 2. Приложение линейной алгебры Тема 4. Элементы векторной алгебры

## Вопросы для проведения опроса:

- 21. Векторы. Линейные операции над векторами.
- 22. Операции и свойства векторов. Скалярное произведение векторов.
- 23. Норма вектора.
- 24. Векторное, смешанное произведение векторов и их приложения.
- 25. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
- 26. Базис и ранг пространства Rn. Векторы и матрицы.

## 27. Ортогональная система векторов.

## Тема 5 Элементы аналитической геометрии

## Вопросы для проведения опроса:

- 28. Декартова прямоугольная и полярная системы координат на плоскости.
- 29. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом.
  - 30. Угол между прямыми.
  - 31. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
  - 32. Расстояние от точки до прямой.
  - 33. Прямая и плоскость в пространстве R3. Расстояние от точки до плоскости.
  - 34. Векторное, параметрическое, каноническое уравнения в пространстве R3.

## Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

## Вопросы для проведения опроса:

- 35. Использование алгебры матриц.
- 36. Использование систем линейных алгебраических уравнений.
- 37. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).
- 38. Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
- 39. Применение балансового метода в анализе экономических показателей.
- 40. Линейная модель торговли.
- 41. Структурная матрица торговли.

## Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме без ошибок и недочетов (соответствие индикатору ОПК-2.1.);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме, при ответе допущены неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен не в полном объеме, при ответе допущены незначительные ошибки (соответствие индикатору ОПК-2.1.);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос не представлен, или при ответе допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

## Задания для текущего контроля

#### Расчетно-аналитические задания

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

## Раздел І. Линейная алгебра.

## Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений.

**1.** Вычислить определители матриц K, F, C, A. Провести вычисления непосредственно и с использованием MS Excel.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & -N & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & N & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$
$$F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & N & 4 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} 2 & -N \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

- 2. Для заданных матриц $^{F}$ ,  $^{A}$  (задание 1) найти миноры  $^{M}$   $^{33}$ ,  $^{M}$   $^{11}$ ,  $^{M}$   $^{23}$  и алгебраические дополнения  $A_{23}$ ,  $A_{32}$ ,  $A_{14}$ ,  $A_{44}$  соответствующих элементов.
- **3.** Найти неизвестное число x из уравнений:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ |x & 2 & 3| = 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить определитель матрицы A двумя способами: 1) получением нулей в i -й строке и разложением по элементам этой строки; 2) получением нулей в  $\dot{J}$  -м столбце и разложением по элементам этого столбца.

$$i=2, j=3, A = \begin{vmatrix} -2 & -4 & -3 & 3 \\ -4 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

5. Вычислить определитель четвертого порядка, используя как алгебраические дополнения, так и элементарные преобразования матриц.

$$\begin{vmatrix}
2 & 1 & 0 & 5 \\
3 & -7 & 8 & -9 \\
-1 & 3 & -5 & 0 \\
-4 & 3 & -3 & 5
\end{vmatrix}$$

## Тема 2. Ранг матрицы.

- 1. Привести матрицы к каноническому виду, определить базисные миноры и ранги:
- 2. Вычислить ранг матриц A и B и ранг их произведения AB:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ .  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
- 3. Указать те значения параметров р и q, при которых ранг матрицы равен еденицы
- 4. Определить собственные значения и собственные векторы матриц:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5. Построить матрицу размера  $4 \times 5$ , имеющую ранг r = 1

## Тема 3. Структура множества решений системы линейных уравнений

Задание 1.Записать системы уравнений в матричной форме. Назвать все составляющие

$$\begin{cases} x_1 + & 3x_2 + & 7x_3 = & 2 \\ 2x_1 + & 7x_2 + & 9x_3 = & 0 \end{cases}$$
 матричной системы

Задание 2. Решить системы уравнений методом (по формулам) Крамера

$$\begin{cases}
2x - 3y = -7 \\
5x + 4y = 17
\end{cases}$$

Задание 3. Решить системы уравнений матричным методом (с помощью обратной матрицы)

$$\begin{cases} 5x + 8y + 6z = 7 \\ 3x + 5y + 4z = 5 \\ 7x + 9y + 4z = 1 \end{cases}$$

Задание 4. Определить, является ли система уравнений совместной, и если да, то сколько имеет

$$\begin{cases} x_1+&2\,x_2+&3\,x_3-&x_4=&0\\ x_1-&x_2+&x_3+&2\,x_4=&4\\ x_1+&5\,x_2+&5\,x_3-&4\,x_4=&-4\\ x_1+&8\,x_2+&7\,x_3-&7\,x_4=&6 \end{cases}$$
 решений?

$$\begin{vmatrix} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \end{vmatrix}$$

Задание 5. Решить системы уравнений методом Гаусса:

## Раздел 2. Приложение линейной алгебры Тема 4. Элементы векторной алгебры

- 1. Найти линейную комбинацию векторов:  $2\bar{a}+4\bar{b}-2\bar{c}$ , где  $\bar{a}=\{4;1;0\}, \bar{b}=\{2;1;3\}, \bar{c}=\{-1;3;5\}$ .
- 2. Найти длину вектора:  $\bar{a} = \{2;4;-3;0\}$ .
- 3. Вычислить длину вектора:  $\bar{\pmb{c}} = \bar{\pmb{a}} \bar{\pmb{b}}$  , где  $\bar{\pmb{a}} = \{2\,;3\,;2\}$  ,  $\bar{\pmb{b}} = \{1\,;2\,;2\}$  .
- 4. Найти линейную комбинацию векторов:  $\bar{d} = (\bar{a}, \bar{b})\bar{c} \bar{a}_{, \, \Gamma \! \! \! \, T \! \! \! \! \! C}$  $\bar{a} = \{1;0;1\}, \bar{b} = \{0;2;0\}, \bar{c} = \{3;2;1\}$
- 5. Найти длину вектора  $\bar{a} = \{-6; 8\}$ , где  $\bar{a} = \{2; 1; 3\}$ ,  $\bar{b} = \{1; 2; -1\}$ .

## Тема 5 Элементы аналитической геометрии

- 1. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки  $M_1(1, 2, -1), M_2(2, 2, 3), M_3(1, 1, 1)$ 0, -2).
- 2. Найти расстояние от точки M(5, 3, 2) до плоскости 2x+3y+6z+4=0.
- 3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(2, -3, 1) параллельно плоскости 5x-4y+7z-43=0

- 4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(3, -4, 1) перпендикулярно двум плоскостям  $P_1:2x-3y+4z-17=0$ ,  $P_2:5x-y+2z+35=0$ .
- **5.** Даны общие уравнения прямой  $[2\chi 3y + 5\chi + 7 = 0, 0]$

## Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

В таблице приведены данные по балансу за некоторый промежуток времени между тремя отраслями промышленности.

Найти: 1) векторы конечного потребления и валового выпуска, 2) матрицу коэффициентов прямых затрат, 3) определить является ли она продуктивной, используя два критерия продуктивности.4) Объём валового выпуска каждого вида продукции, если конечное потребление по отраслям возрастет соответственно до  $y_1, y_2, y_3$  условных денежных единиц. Решить задачу одним из методов: Крамера, обратной матрицы, Гаусса. Жордана — Гаусса. 5) Определить процентные изменения валовых выпусков, необходимых для обеспечения заданного увеличения компонент вектора конечного продукта.

	Потреблени			Конечны	Валово
		e		Й	Й
	1	2	3	продукт	выпуск
1	20	35	5	40	100
2	20	10	10	60	100
3	20	15	5	10	50

$$y_1 = 60, y_2 = 70, y_3 = 30$$

#### Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме без ошибок и недочетов *(соответствие индикатору ОПК-2.1.);*
- 1 балл выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме, при решении допущены неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если задание решено не в полном объеме, при решении допущены незначительные ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если задание не решено, или при решении допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

## Задания для творческого рейтинга

#### Темы для докладов

## Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

#### Тема 1 Преобразования матриц и системы линейных уравнений

- 1. Правила вычисления определителей 1 и 2-го порядков.
- 2. Правила вычисления определителя 3-го порядка.
- 3. Правила вычисления определителя п-го порядка.

## Тема 2. Ранг матрицы

- 4. Методы нахождения ранга матрицы.
- 5. Понятие базисных миноров.
- 6. Определение собственного числа, собственного вектора матрицы.
- 7. Элементы матрицы являющиеся линейно зависимыми и линейно независимыми.

## Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений

- 8. Понятие и примеры СЛАУ определенной (неопределенной).
- 9. Понятие общнго, базисного и частного решениями системы.
- 10. Методы решения совместных неопределенных СЛАУ п-го порядка.
- 11. Биографии Иоганна Карла Фридриха Гаусса, Мари Энмон Камиль Жордана, Габриэля Крамера.

#### Тема 4 Элементы векторной алгебры

- 12. Условия коллинеарности и параллельности векторов.
- 13. Условия перпендикулярности векторов.
- 14. Понятие скалярного произведение векторов.
- 15. Метод разложения векторов по ортам.
- 16. Метод нормирования вектора.

#### Тема 5 Элементы аналитической геометрии

- 17. Условия перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.
- 18. Уравнение прямой в пространстве.
- 19. Условия перпендикулярности и параллельности двух прямых в пространстве.
- 20. Условия перпендикулярности и параллельности прямой и плоскости.

#### Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике

- 21. Анализ балансовой модели.
- 22. Построение балансовых моделей. Применение формул обращения.
- 23. Построение балансовых моделей. Разложение в матричный ряд.
- 24. Понятие структурной матрицы.
- 25. Биография Рене Декарта и Леонарда Эйлера.

## Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент свободно ориентируется в теме доклада, отвечает на дополнительные вопросы *(соответствие индикатору ОПК-2.1.);*
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности (соответствие индикатору ОПК-2.1.);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада не раскрыта, или при ответе на вопросы допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

# МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## Структура экзаменационного билета

Наименование оценочного средства	Максимальное количество баллов
Bonpoc 1	10
Bonpoc 2	10
Практическое задание (расчетно-аналитическое)	10
Практическое задание (расчетно-аналитическое)	10

## Задания, включаемые в экзаменационный билет

## Вопросы к экзамену:

Номер	Перечень вопросов к экзамену
вопроса	
1.	Матрицы, основные понятия.
2.	Операции над матрицами.
3.	Свойства операций над матрицами.
4.	Определители, понятия виды.
5.	Определители 2 и 3 порядка.
6.	Определители высших порядков.
7.	Свойства определителей.
8.	Обратная матрица.
9.	Способы нахождения обратной матрицы. Формула для вычисления обратной матрицы.
10.	Вычисление обратной матрицы с помощью построения.
11.	Ранг матрицы.
12.	Способы вычисления рангов матриц.
13.	Системы линейных уравнений, основные понятия.
14.	Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
15.	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16.	Решение систем линейных уравнений .Теорема Кронекера – Капелли.
17.	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
18.	Решение линейных однородных систем уравнений.
19.	Векторы основные понятия.
20.	Векторы и линейные операции над ними.
21.	Проекция вектора на ось.
22.	Разложение вектора по ортам координатных осей.
23.	Модуль вектора. Направляющие косинусы.
24.	Определение скалярного произведения.
25.	Скалярное произведение векторов и его свойства.
26.	Выражение скалярного произведение через координаты.
27.	Приложения скалярного произведения.
28.	Определение векторного произведения.
29.	Векторное произведение векторов и его свойства.

30.	Выражение векторного произведения через координаты.
31.	Приложения векторного произведения.
32.	Определение смешанного произведения.
33.	Смешанное произведение векторов и его свойства.
34.	Выражение смешанного произведения через координаты.
35.	Некоторые приложения смешанного произведения.
36.	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
37.	Ортогональная система векторов.
38.	Базис пространства.
39.	Разложение вектора по произвольному базису.
40.	Собственные значение и собственные векторы матрицы.
41.	Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
42.	Ортогональные и симметрические матрицы.
43.	Квадратичные формы.
44.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
45.	Определение положительной и отрицательной квадратичной формы.
46.	Линии на плоскости.
47.	Основные понятия линии.
48.	Различные виды уравнений прямой на плоскости.
49.	Прямая линия на плоскости. Различные виды задач.
50.	Линии второго порядка на плоскости.
51.	Основные понятия общее уравнения линия второго порядка.
52.	Окружность уравнения понятия, свойства.
53.	Эллипс уравнения понятия, свойства.
54.	Гипербола уравнения понятия, свойства.
55.	Парабола уравнения понятия, свойства.
56.	Уравнение поверхности и линии в пространстве.
57.	Основные понятия. Уравнение плоскости в пространстве.
58.	Плоскость. Основные задачи.
59.	Уравнение прямой в пространстве. Понятия.
60.	Уравнения прямых в пространстве. Основные задачи.
61.	Прямая и плоскость в пространстве. Пянятия.
62.	Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.
63.	Балансовый метод анализа экономических показателей.
64.	Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
65.	Задачи межотраслевого баланса.
66.	Понятие и анализ балансовой модели.
67.	Построение балансовых моделей.
68.	Задачи на построение балансовых моделей.
69.	Применение формул обращения.
70.	Построение балансовых моделей.
71.	Понятие структурной матрицы.
72.	Задачи приводящие к структурным моделям.

## Расчетно-аналитические задания/задачи:

## Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений

1. Вычислить определители матриц K, F, C, A.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & -N & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & N & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & N & 4 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} 2 & -N \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

- **2.** Для заданных матриц $^{F}$ ,  $^{A}$  (задание 1) найти миноры  $^{M}$   $^{33}$ ,  $^{M}$   $^{11}$ ,  $^{M}$   $^{23}$  и алгебраические дополнения  $A_{23}$ ,  $A_{32}$ ,  $A_{14}$ ,  $A_{44}$  соответствующих элементов.
- **3.** Найти неизвестное число x из уравнений:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ |x & 2 & 3| = 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

1. Решить матричные уравнения:

$$5\begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & N & 2 \end{vmatrix} + 2X - \begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & N & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = O$$

## Тема 2. Ранг матрицы

1. Решить матричное уравнение: а) методом Гаусса (элементарными преобразованиями); б) вычисляя (если это возможно) обратную матрицу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} \cdot X = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

2. С первого склада каждому из трех получателей отправлено по 
$$\times$$
 единиц груза, со второго  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  склада – по  $y$  единиц, с третьего – по  $z$  единиц груза.  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица транспортных расходов ( $A = a_{11} = a_{12} = a_{13} \\ a_{21} & a_{22} = a_{23} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица транспортных расходов ( $A = a_{11} = a_{12} = a_{13} \\ a_{21} & a_{22} = a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица транспортных расходов ( $A = a_{11} = a_{12} = a_{13} \\ a_{21} & a_{22} = a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица транспортных расходов ( $A = a_{11} = a_{12} = a_{13} \\ a_{21} & a_{22} = a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица транспортных расходов ( $A = a_{11} = a_{12} = a_{13} \\ a_{21} & a_{22} = a_{23} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} = a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{33} & a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{33} & a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{33} & a_{33} & a_{33} \\ a_{33} & a_{33} & a_{33} \\ a_{32} & a_{33} \\ a_{33} & a_{33} \\ a_{33} & a_{33} & a_{33} \\ a_{34} & a_{32} & a_{33} \\ a_{35} & a_{35} & a_{35} \\ a_{35} & a_$ 

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 10 & 17 & 17 \end{pmatrix}$$

## Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений

1. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместимость и найти решение, если она совместна, методом Гаусса. Выполнить проверку.

12

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Заданы затраты трех видов сырья  $(S_1, S_2, S_3)$  на производство каждого из трех видов продукции  $(P_1, P_2, P_3)$  и количество каждого вида сырья.

$P_k$	$P_{1}$	P <sub>2</sub>	$P_3$	Запасы сырья
$S_1$	6α	4 α	5α	48 β
$S_2$	4 α	3α	α	29 β
$S_3$	$5\alpha$	2	3α	31 β

Требуется определить план производства, который бы обеспечил полное использование сырья.

3. На базе находится товар трех видов A, B, C, которым она снабжает ларьки, магазины и универмаги. За определенный период торговые организации могут реализовать товар в количестве, указанном в таблице. Сколько ларьков, магазинов и универмагов может обеспечить база, чтобы полностью продать товар. Решение найти методом Жордана — Гаусса.

товар	ларек	магазин	универмаг	количество товара на базе
A	m-2	m-1	m+4	n-2
В	m+1	m	m+7	n+9
С	m	m+2	m+1	n+5

4. Решить системы методом Жордана - Гаусса.



5. Найти общее решение для каждой из данных систем и проанализировать его структуру (указать базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства, выделить частное решение неоднородной системы).

$$3x_1+x_2-4x_3+2x_4+x_5=0$$
  
 $2x_1-2x_2-3x_3-7x_4+2x_5=0$   
 $x_1+11x_2+34x_4-5x_5=0$ 

Тема 4 Элементы векторной алгебры

1. Даны координаты точек  $A_1, A_2, A_3, A_4, B$  в системе координат OXYZ. Найти координаты векторов  $\overline{A_1}\overline{A_2} = \overline{a_1}$ ,  $\overline{A_1}\overline{A_3} = \overline{a_2}$ ,  $\overline{A_1}\overline{A_4} = \overline{a_3}$ ,  $A_1B = \overline{b}$ . Проверить, что векторы (  $a_1, a_2, a_3$ ) образуют базис и найти разложение вектора  $\overline{b}$  по этому базису.

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	В
(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0;7;3)

2. Дана система векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ , в которой  $\alpha_3 = (0; 1; 1; 2)$ ,  $\alpha_4 = (1; 1; 1; 3)$ ,  $\alpha_5 = (1; 0; 1; 2)$ . Дополнить линейно независимую часть  $\alpha_1, \alpha_2$  до базиса системы векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$  и все векторы, не вошедшие в базис, разложить по базису.

$\alpha_1$	$\alpha_2$
(2; -4; 5; 3)	(12; 2; -5; 9)

Тема 5. Элементы аналитической геометрии

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при N – четном: 
$$\overline{a}\left(\frac{N+4}{2};1\right)$$
,  $\overline{b}\left(\frac{N-4}{2};2\right)$ ,  $\overline{c}\left(\frac{N-10}{2};3\right)$ ; при N – нечетном:  $\overline{a}\left(\frac{N+7}{2};2\right)$ ,  $\overline{b}\left(\frac{N-5}{2};3\right)$ ,  $\overline{c}\left(\frac{N-11}{2};1\right)$ . N=2

- 1. Найти координаты векторов  $\bar{a} 2\bar{b} + \bar{c}$ ;  $2\bar{a} + \bar{b} 3\bar{c}$ .
- 2. Проверить, что векторы  $\overline{a}$  и  $\overline{b}$  образуют базис на плоскости. Найти координаты вектора  $\overline{c}$  в этом базисе.
- 3. Определить при каком значении параметра  $\alpha$  векторы  $\overline{a}$  и  $m(-2;\alpha)$  будут коллинеарными.
  - 4. Найти координаты вектора  $\overline{b}(\overline{a}\,\overline{c}) \overline{c}\,\left(\overline{a}\,\overline{b}\right)$
  - 5. Вычислить  $\bar{a}^2 \bar{b}\bar{c}$ ,  $\bar{b}^2 + (\bar{a} + 3\bar{c})\bar{b}$ .
  - 6. Найти косинус угла между векторами  $\overline{a}_{\ \ \text{и}} \, \overline{b}_{\ .}$
  - 2. Относительно декартовой системы координат даны координаты точки:

при N – четном: 
$$A\left(\frac{N}{2};\frac{N+2}{2}\right)$$
; при N – нечетном:  $A\left(\frac{N+3}{2};\frac{5-N}{2}\right)$ . Найти:

- 1. угловой коэффициент прямой  $l_1$ , проходящей через точку A параллельно вектору  $\bar{a}$  (1;3) ;
- 2. уравнение прямой  $l_2$ , проходящей через точку A под углом  $\frac{h}{4}$  к прямой  $l_1$ ;

- 3. уравнение прямой  $l_3$ , проходящей через точку A и отсекающей на осях координат равные отрезки;
- 4. косинус угла между прямыми  $l_1$  и  $l_3$ ;
- 5. уравнения прямых  $l_4$  и  $l_4^{'}$ , проходящих через начало координат параллельно прямой  $l_2$ ;
- 6. расстояние между прямыми  $l_2$  и  $l_4$ ;
- 7. координаты точки B пересечения прямых  $l_3$  и  $l_4$ ;
- 8. расстояние от точки B до прямой  $l_1$ .

## Тема 6. Применение элементов линейной алгебры в экономике

В таблице приведены данные о дневной производительности 5 предприятий, выпускающих 4 вида продукции с потреблением 3-х видов сырья, а также продолжительность работы каждого предприятия в году и цена каждого вида сырья.

Вид	Про	изводитель	ность пред	приятий, из	вд. /день	Затраты в	идов сырья	изделия,
изделия №		_	_	_		ед. веса/и	зд.	
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	4	5	8	6
	Кол	ичество раб	очих дней	в году		Цена видо	ов сырья	
	1	2	3	4	5	1	2	3
	20	150	170	120	140	40	50	60
	0							

Требуется определить:

- 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий;
- 2) годовую потребность каждого предприятия по каждому виду сырья;
- 3) годовую сумму кредитования каждого предприятия для закупки сырья, необходимого для выпуска продукции указанных видов и количеств.
- 4) По данным таблицы составить новую таблицу по следующим условиям:
- дневная производительность всех предприятий увеличивается на 100%,
- число рабочих дней в году для 1-го предприятия увеличивается на 50%, а для остальных на 40%,
- цены на виды сырья уменьшаются соответственно на 10, 20 и 30%.

Определить суммы кредитования предприятий и их соответствующие процентные изменения.

## Тематика курсовых работ/проектов (при наличии):

Курсовая работа по дисциплине «Линейная алгебра» учебным планом не предусмотрена.

## Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

I	Икала оценивания	<b>Формируемые</b> компетенции	достижения	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
		компетенции	компетенции	оценивания	компетенции
85 –	«отлично»	ОПК-2.	ОПК-2.1.	Знает верно и в	Продвинутый

		l~ -		_	
		Способен	Использует	полном объеме:	
		осуществлять	основные методы,		
		сбор, обработку	средства	систематизации	
		И	получения,	информации об	
		статистический	представления,	экономических	
		анализ данных,	хранения и	процессах и	
		необходимых	обработки	явлениях	
		для решения	статистических	Умеет верно и в	
		поставленных	данных	полном объеме:	
		экономических		работать с	
		задач		национальными и	
				международными	
				базами данных с	
				целью поиска	
				информации,	
				необходимой для	
100				решения	
				поставленных	
балло				экономических	
В				задач, рассчитывать	
				экономические и	
				социально-	
				экономические	
				показатели,	
				характеризующие	
				деятельность	
				хозяйствующих	
				субъектов на основе	
				типовых методик и	
				действующей	
				нормативно-	
				правовой базы,	
				правовои сазы,	
				1 *	
				представить	
				представить наглядную	
				представить наглядную визуализацию	
70 – 84	«хорошо»	ОПК-2.	ОПК-2.1.	представить наглядную	Повышенный
70 – 84 балло	«хорошо»	ОПК-2. Способен	ОПК-2.1. Использует	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с	Повышенный
балло	«хорошо»	Способен	Использует	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными	Повышенный
	«хорошо»	Способен осуществлять	Использует основные методы,	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями:	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку	Использует основные методы, средства	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и	Использует основные методы, средства получения,	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический	Использует основные методы, средства получения, представления,	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных,	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями:	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях  Умеет с незначительными замечаниями: работать с	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных. Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными инеждународными	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными международными базами данных с	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации,	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач, рассчитывать	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач, рассчитывать экономические и	
балло	«хорошо»	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических	Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических	представить наглядную визуализацию данных.  Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях Умеет с незначительными замечаниями: работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач, рассчитывать	

			1	T	
				показатели,	
				характеризующие	
				деятельность	
				хозяйствующих	
				субъектов на основе	
				типовых методик и	
				действующей	
				нормативно-	
				правовой базы,	
				представить	
				наглядную	
				визуализацию	
				данных.	
		ОПК-2.	ОПК-2.1.	Знает на базовом	Базовый
		Способен	Использует	уровне, с	
		осуществлять	основные методы,	ошибками: методы	
		сбор, обработку	средства	поиска и	
		и	получения,	систематизации	
		статистический	представления,	информации об	
		анализ данных,	хранения и	экономических	
		необходимых	обработки	процессах и	
		для решения	статистических	явлениях	
		поставленных	данных	Умеет на базовом	
		экономических		уровне, с	
		задач		ошибками:	
				работать с	
				национальными и	
				международными	
				базами данных с	
				целью поиска	
				информации,	
50 - 69				необходимой для	
балло	«удовлетворительно»			решения	
В				поставленных	
				экономических	
				задач, рассчитывать	
				экономические и	
				социально-	
				экономические	
				показатели,	
				характеризующие	
				деятельность	
				хозяйствующих	
				субъектов на основе	
				типовых методик и	
				действующей	
				нормативно-	
				правовой базы,	
				представить	
				наглядную	
				визуализацию данных.	
Morros	//HOVHOD HOTDOPWTO HI WA	ОПК-2.	ОПК-2.1.	данных. Не знает на базовом	Компетенции не
менее 50	«неудовлетворительно »	ОПК-2. Способен	Использует	уровне: принципы,	компетенции не сформированы
обалло балло бало ба	"	осуществлять	основные методы,	r - I	сформированы
В		сбор, обработку	средства	методы поиска и систематизации	
В		и	получения,	информации об	
		статистический	представления,	экономических	
		анализ данных,	представления, хранения и	процессах и	
		необходимых	обработки	явлениях	
		для решения	статистических	Не умеет на	

поставл	енных данных	базовом уровне:	
ЭКОНОМИ	[ '	работать с	
задач		национальными и	
		международными	
		базами данных с	
		целью поиска	
		информации,	
		необходимой для	
		решения	
		поставленных	
		экономических	
		задач, рассчитывать	
		экономические и	
		социально-	
		экономические	
		показатели,	
		характеризующие	
		деятельность	
		хозяйствующих	
		субъектов на основе	
		типовых методик и	
		действующей	
		нормативно-	
		правовой базы,	
		представить	
		наглядную	
		визуализацию	
		данных.	