

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Петровская Анна Викторовна

Должность: Директор

Дата подписания: 19.09.2024 11:41:24

Уникальный программный ключ:

798bda6555fbdebe827768f6f1710bd17a9070c31fdc1b6a6ac5a1f10c8c5199

*Приложение 6 к основной профессиональной образовательной программе
по направлению подготовки 38.03.01 Экономика
направленность (профиль) программы «Бухгалтерский учет, финансы и бизнес-аналитика»*

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова»
Краснодарский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова

Факультет экономики, менеджмента и торговли

Кафедра экономики и цифровых технологий

- ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине **«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки 38.03.01 Экономика

**Направленность (профиль) программы Бухгалтерский учет, финансы и
бизнес-аналитика**

Уровень высшего образования Бакалавриат

Год начала подготовки 2024 г.

Краснодар – 2023 г.

Составитель:

Старший преподаватель А.А. Маркушина
(ученая степень, ученое звание, должность,)

Оценочные материалы одобрены на заседании кафедры экономики и цифровых технологий, протокол № 3 от 05.10.2023 г.

- ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине Математический анализ

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	ОПК-2.1. З-1. Знает методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях	Тема 1. Множества. Тема 2. Функции одной действительной переменной. Тема 3. Функции нескольких переменных. Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Тема 6. Интегральное исчисление функции одной переменной. Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка. Тема 8. Дифференциальные уравнения второго порядка. Тема 9. Числовые ряды. Тема 10. Функциональные ряды.
		ОПК-2.1. У-2. Умеет рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы	

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях

Вопросы для проведения опроса на занятиях

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел I. Введение в анализ. Функции.

Тема 1. Множества.

Вопросы для проведения опроса:

1. Дайте определение множества, подмножества, объединения, пересечения множеств, пустого множества.
2. Классифицируйте основные числовые множества.
3. Дайте определение интервала, отрезка и окрестности точки.
4. Дайте определение комплексного числа и основных операций над комплексными числами.
5. Дайте определение числовой последовательности.

Тема 2. Функции одной действительной переменной.

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение функции, привести примеры функций.
2. Основные характеристики функций.
3. Элементарные функции (графики).
4. Предел функции. Методы вычисления пределов.
5. Непрерывность функций.
6. Применение функций в экономике.

Тема 3. Функции нескольких переменных.

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение функции нескольких переменных, привести примеры.
2. Основные характеристики функций нескольких переменных.
3. Предел функции нескольких переменных.
4. Непрерывность функций нескольких переменных.
5. Экономические иллюстрации функций нескольких переменных.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение производной и дифференциала функции, привести примеры.
2. Механический и геометрический смысл производной функции.
3. Производные обратной, сложной, неявной, параметрически заданной функций.
4. Производные высших порядков.
5. Экстремумы функции.
6. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков функций.
7. Применение дифференциального исчисления в экономике.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение функции нескольких переменных, привести примеры.
2. Основные характеристики функций нескольких переменных.
3. Предел функции нескольких переменных.
4. Непрерывность функций нескольких переменных.
5. Экономические иллюстрации функций нескольких переменных.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 6. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Вопросы для проведения опроса:

1. Дать определение первообразной функции, привести примеры.
2. Неопределенный интеграл. Интегрирование путем замены.
3. Неопределенный интеграл. Интегрирование по-частям.
4. Неопределенный интеграл. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Методы и способы интегрирования.
6. Экономические иллюстрации определенного интеграла.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения**Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка.****Вопросы для проведения опроса:**

1. Дать определение дифференциального уравнения, привести примеры.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Задачи Коши.
3. Дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.

Тема 8. Дифференциальные уравнения второго порядка.**Вопросы для проведения опроса:**

1. Дифференциальные уравнения высших порядков.
2. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка.
3. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
4. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Приложения дифференциальных уравнений к экономике.

Раздел 5. Ряды**Тема 9. Числовые ряды.****Вопросы для проведения опроса:**

1. Дать определение числового ряда. Привести примеры.
2. Положительные числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
3. Необходимый и достаточный признаки сходимости положительных числовых рядов.
4. Знакопеременный ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимость.
5. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Остаток ряда. Оценка остатка ряда с помощью признака Лейбница.

Тема 10. Функциональные ряды.**Вопросы для проведения опроса:**

1. Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.
2. Степенной ряд. Интервал и радиус сходимости. Нахождение радиуса сходимости с помощью признака Даламбера.
3. Ряд Тейлора. Ряд Макларена. Разложение функций в степенные ряды.
4. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
5. Применение рядов в экономике.

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме, при ответе допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен не в полном объеме, при ответе допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос не представлен, или при ответе допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Задания для текущего контроля

Расчетно-аналитические задания

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел I. Введение в анализ. Функции.

Тема 1. Множества.

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{(2x-5)(4+x)}$
2. Найдите область допустимых значений функции:
3. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x-x^3}$. Определить множество решений неравенства $|3x^2+5x-1| \leq 1$.
4. Найти множество корней уравнения $10x^5 + 7x^4 - 35x^3 + 5x^2 - 4 = 0$.
5. Найти частное двух комплексных чисел. Полученное число представить в тригонометрической и показательной формах записи и изобразить на комплексной плоскости: $z = \frac{i}{i+1}$.
6. Вычислить $(-\sqrt{3}+i)^5$.
7. Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости: $\sqrt[3]{8}$.

Тема 2. Функции одной действительной переменной.

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right)$
2. Найти точки разрыва функций $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$
3. Найти область определения функции $y = \frac{4x}{x^2-1}$.
4. Исследовать функцию на четность-нечетность: $y = \frac{(4-x)^3}{x^4-5}$
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$
6. Построить график, указать характер разрыва в точках разрыва, если такие имеются:

$$y = \text{? ?}$$

7. Доказать, что функция непрерывна в точке x_0 : $y = 5x^2 - 1$, $x_0 = 6$.

Тема 3. Функции нескольких переменных.

1. Найти и изобразить область определения функции $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.
2. Найти область определения функции $u = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.
3. Построить линии уровня следующих функций для $z=1; 2; 3$: $z = x + y$, $z = e^{xy}$.
4. Для функции полезности $u = x^{0,5} y^{0,5}$ построить линию уровня, проходящую через точку $M(4;1)$.
5. Дана производственная функция Кобба-Дугласа $Q = 3K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{3}{4}}$. Рассчитать значение выпуска продукции при $K=16, L=81$.
6. Задана производственная функция $Q = 0,5K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$, где Q – выпуск продукции, K – затраты капитала, L – затраты труда. Затраты труда уменьшились на 50%. Как следует изменить затраты капитала, чтобы компенсировать уменьшение затрат труда, т.е. сохранить выпуск продукции?
7. Задана производственная функция $Q = 0,5K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$, где Q – выпуск продукции, K – затраты капитала, L – затраты труда. Затраты труда увеличились на 25%. На сколько процентов следует изменить затраты капитала, чтобы выпуск продукции остался неизменным?

Раздел 2. Дифференциальное исчисление

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Записать уравнение касательной к функции в заданной точке:
 $y = (4x - x^2)/4$, $x_0 = 2$.
2. Вычислить приближенно с помощью дифференциала: $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 7,76$.
3. Найти производную n -го порядка: $y = xe^{ax}$.
4. Вычислить производную сложной функции $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$.
5. Вычислить производную параметрической функции $\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$
6. Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{16 - x^2}{4x - 5}$ и точки его пересечения с осями координат. По найденным данным схематически постройте график.
7. Проведите полное исследование функции и постройте ее график:

$$1. y = x + 3\sqrt[3]{x^2} \quad 2. y = \frac{x^3}{12(x-2)} \quad 3. y = (x^2 + 2x)e^x$$

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

1. Найти частные производные функции $z = xy(4 - x - y)$.
2. Найти критические точки функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy$, определить характер экстремума в них.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в заданной области: $x=0, y=0, x+y=-3$.
4. Для функции полезности $u = x^{0,5} y^{0,5}$ построить градиент-вектор в точке $M(4;1)$.
5. Определить условный экстремум функции $u = x^{0,5} y^{0,5}$ при ограничении $x+y=150$.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 6. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Задания для самостоятельной работы:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x, y = x + 4$.

$$\int \left(2 \cos x + e^x - \frac{x}{\sqrt{x}} \right) dx$$

2. Вычислите неопределенный интеграл

3. Вычислите неопределенный интеграл (интегрирование по-частям) $\int x e^{3x} dx$.

4. Найти прирост капитала предприятия на данном промежутке времени, если скорость

$$I(t) = c\sqrt[t]{t^b} + d \quad \alpha \leq t \leq \beta$$

изменения инвестиций имеет следующий вид:

5. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца: $y = ax^2 + bx$. Какую часть дохода получают c % наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода, если $a=0,87, b=0,13, c=12$.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения

Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка.

1. Решить задачу Коши $y' = 2y + 1, y(3) = 1$.

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y^2 + x^2 y' = xy y'$.

3. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' + 2xy = x e^{-x^2}$.

4. Решить дифференциальное уравнение $\cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy$.

5. Решением дифференциального уравнения $y' = e^{4x}$ является семейство функций...

6. Решите уравнение $x^2 y' + xy^2 = y$

7. Решите уравнение $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0$

$$q = 50 - 2p - 4 \frac{dp}{dt} \quad \text{и}$$

8. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид

$$s = 70 + 2p - 5 \frac{dp}{dt} . \text{ Найдите: Зависимость равновесной цены от времени, если } p = 10 \text{ в момент времени } t = 0$$

Тема 8. Дифференциальные уравнения второго порядка.

1. Решить дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения, выполнить проверку $y'' - 4y' = 0$.
3. Составить характеристическое уравнение и найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$.
4. Решить однородное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' - 2y' + 10y = 0$.
5. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$, $y'' - 4y = 0$.

Раздел 5. Ряды

Тема 9. Числовые ряды.

Задания для самостоятельной работы:

1. Определите характер сходимости знакопередающегося ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n} (-5)^n$.
2. Доказать сходимость ряда по признаку Даламбера $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5}{2^n}$.
3. Доказать сходимость ряда по признаку Коши $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)^n}{4^n}$.
4. Доказать сходимость ряда по интегральному признаку $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$.
5. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+2^n}$.

Тема 10. Функциональные ряды.

Задания для самостоятельной работы:

1. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$.
2. Разложите функцию $y = 2e^{x+1} - x^2 - 4x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=1$.

3. Разложите функцию $y = 2e^{x+1} - x^2 - 4x$ в ряд Маклорена.
4. Оцените остаточный член ряда при разложении функции $y = 2e^{x+1} - x^2 - 4x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=2$.
5. Вычислить значение $\cos 0,8$ с точностью 0,001.

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если задание решено не в полном объеме, при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если задание не решено, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Комплекты заданий для контрольных работ

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Тема 2. Функции одной действительной переменной.

Вариант 1

1. Не применяя правило Лопиталья, найти пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{3x}.$$

2. Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x^2-1}}$$

Вариант 2

1. Не применяя правило Лопиталья, найти пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+1}{2x^3+1}; \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 8x}{1-\cos 4x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^{2x+1}.$$

2. Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{3}{x^2-4}}$$

Критерии оценки (в баллах):

- 8 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 1 балл, пункты номера 2 – в 2 балла) (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 4 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Вариант 1

1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.
- а) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$, б) $y = x^2 \sin 3x$, в) $y = \ln \cos 4x$, г) $y = a^{x^2} - e^{-x^2}$.
2. Записать уравнение касательной к функции в заданной точке: $f(x) = (4x - x^2)/4$, $x_0 = 2$.
3. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить график.
 $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 5$.

Вариант 2

1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.
- а) $y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3}$, б) $y = -3 \cos x \cdot \operatorname{ctg} x$, в) $y = e^{-x} \ln x$, г) $y = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x}$.
2. Записать уравнение касательной к функции в заданной точке: $f(x) = (x^2 + 1)/2$, $x_0 = 2$.
3. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить график.
 $y = (2x^3)/(x^2 - 4)$.

Критерии оценки (в баллах):

- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 1 балл, номер 2 – в 1 балл, номер 3 – в 2 балла) (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 3 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

Вариант 1

1. Найти: а) наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в замкнутой области, ограниченной заданными линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y = -3$; б) экстремумы функции. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.

Вариант 2

1. Найти: а) наибольшее и наименьшее значения функции $z=4x^2+9y^2-4x+6y+3$ в замкнутой области, ограниченной заданными линиями $x=0$, $y=0$, $x+y=1$; б) экстремумы функции $z=4x^2+9y^2-4x+6y+3$

Критерии оценки (в баллах):

- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункт а) оценивается в 3 балла, пункт б) – в 2 балла) *(соответствие индикатору ОПК-2.1.);*

- 3 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.);*

- 2 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.);*

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

Тема 6. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Вариант 1

1. Проинтегрируйте методом занесения под знак дифференциала или методом замены

$$\int \frac{e^{3x} dx}{1+e^{6x}}$$

переменной:

2. Найдите интеграл от тригонометрической функции:

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x dx$$

3. Найдите интеграл:

$$\int \frac{(3x+2)dx}{2x^2+4x+16}$$

4. Найдите интеграл от дробно-рациональной функции:

$$\int \frac{(x^2+6x+1)dx}{(x+1)^2(x^2+2x+3)}$$

5. Найдите значение интеграла методом интегрирования по частям:

$$\int_{-4}^2 x \cos(x+4) dx$$

Вариант 2

1. Проинтегрируйте методом занесения под знак дифференциала или методом замены

$$\int \frac{(4x-1) dx}{\sqrt{x^2+2}}$$

переменной:

2. Найдите интеграл от тригонометрической функции:

$$\int \cos^4 x \cdot \sin^2 x dx$$

3. Найдите интеграл:

$$\int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{3x^2-6x+4}}$$

4. Найдите интеграл от дробно-рациональной функции:

$$\int \frac{(3x^3+7x^2+9x+3)dx}{(x+1)^2(x^2+2x+3)}$$

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} \ln(2x+3) dx$$

5. Найдите значение интеграла методом интегрирования по частям:

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (каждый номер оценивается в 2 балла) *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Вариант 1

1. Найдите решение дифференциального уравнения. Решите задачу Коши. $y' = 2y + 1$, $y(3) = 1$.

2. Найдите решение дифференциального уравнения $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$;

3. Найдите решение дифференциального уравнения $x y' = y + \frac{x^2}{y}$.

Вариант 2

1. Найдите решение дифференциального уравнения. Решите задачу Коши. $y' = -y + 5$, $y(1) = 2$.

2. Найдите решение дифференциального уравнения $(x+2)^2 y' = 1$.

3. Найдите решение дифференциального уравнения $yy' = \frac{1-2x}{(3+x)y}$.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 2 балла, номер 2 – в 3 балла, номер 3 – в 3 балла) *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

Задания для творческого рейтинга

Темы для докладов

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел I. Введение в анализ. Функции.

Тема 1. Множества.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Числовые множества. История возникновения.
2. Множество комплексных чисел. Формы задания комплексных чисел.
3. Арифметические операции над комплексными числами.
4. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня из комплексного числа.

Тема 2. Функции одной действительной переменной.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Применение функций в экономике.
2. Предельный анализ в экономике.
3. Первый замечательный предел.
4. Второй замечательный предел.

Тема 3. Функции нескольких переменных.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Примеры применения функций нескольких переменных в экономике.
2. Функция Кобба-Дугласа.
3. Линии уровня функций нескольких переменных.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Механический и геометрический смысл производной.
2. Наибольшие и наименьшие значения функции на отрезке.
3. Применение производной в экономике.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Механический и геометрический смысл производной нескольких переменных.
2. Наибольшие и наименьшие значения функции в области.
3. Применение производной нескольких переменных в экономике.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 6. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Приложение интегралов к вычислению площадей фигур.
2. Методы вычисления определенных интегралов.
3. Применение интегрального исчисления в экономике.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения

Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Типы дифференциальных уравнений первого порядка, методы их решения.
2. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
3. Применение дифференциальных уравнений для решения экономических задач.

Тема 8. Дифференциальные уравнения второго порядка.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Типы дифференциальных уравнений второго порядка, методы их решения.
2. Определение типа частного решения по правой части уравнения.

Раздел 5. Ряды

Тема 9. Числовые ряды.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Методы определения сходимости числового ряда.
2. Знакопеременные и знакопеременные числовые ряды.

Тема 10. Функциональные ряды.

Темы презентаций, рефератов, докладов:

1. Методы определения интервала сходимости функционального ряда.
2. Применение рядов в экономике.
3. Ряды Фурье.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент свободно ориентируется в теме доклада, отвечает на дополнительные вопросы (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада не раскрыта, или при ответе на вопросы допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Темы индивидуальных и/или групповых проектов

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

1. Числовая последовательность её предел. Применение в финансовых вычислениях (непрерывное начисление процентов в финансовых сделках).
2. Производная функции, её экономический смысл. Эластичность функции, её экономический смысл. Предельный анализ. Предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль.
3. Применение формулы Тейлора для нахождения параметров купонных облигаций (дюрация и выпуклость). Использование формулы Маклорена для сравнения эффективности финансовых операций при различных схемах наращивания и дисконтирования денежных сумм.
4. Глобальный экстремум функции нескольких переменных. Функция полезности, задача потребительского выбора, кривая безразличия, предельная норма замещения, функция спроса.
5. Метод наименьших квадратов. Его применение в экономике.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведены верные примеры, проведено самостоятельное исследование, студент свободно ориентируется в теме проекта, отвечает на дополнительные вопросы (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведены верные примеры, проведено самостоятельное исследование, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме или не проведено самостоятельное исследование, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта не раскрыта, при ответе на вопросы допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Структура экзаменационного билета/зачетного задания

<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
<i>Вопрос 1</i>	<i>10</i>
<i>Вопрос 2</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое)</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое)</i>	<i>10</i>

Задания, включаемые в экзаменационный билет/зачетное задание

Типовой перечень вопросов к зачету с оценкой:

Номер вопроса	Перечень вопросов к зачету
1	Множества. Основные понятия и определения.
2	Числовые множества. Множество действительных чисел.
3	Числовые промежутки. Окрестность точки.
4	Множество комплексных чисел.
5	Формы записи комплексных чисел.
6	Сложение комплексных чисел.
7	Вычитание комплексных чисел.
8	Умножение комплексных чисел.
9	Деление комплексных чисел.
10	Возведение комплексного числа в степень.
11	Извлечение корня из комплексного числа.
12	Функция. Определение, способы задания, примеры.
13	Основные характеристики функции.
14	Основные элементарные функции и их графики.
15	Обратная функция.
16	Сложная функция.
17	Числовая последовательность.
18	Предел числовой последовательности.
19	Предел функции в точке.
20	Предел функции на бесконечности.
21	Односторонние пределы.
22	Свойства пределов. Основные теоремы о пределах.
23	Бесконечно большая функция.
24	Бесконечно малая функция.
25	Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
26	Признаки существования пределов.
27	Первый замечательный предел.

28	Второй замечательный предел.
29	Эквивалентные бесконечно малые функции.
30	Непрерывность функции в точке.
31	Непрерывность функций в интервале и на отрезке.
32	Точки разрыва и их классификация.
33	Основные теоремы о непрерывных функциях.
34	Задачи, приводящие к понятию производной.
35	Определение производной функции одной переменной.
36	Правила дифференцирования.
37	Механический смысл производной первого порядка.
38	Геометрический смысл производной первого порядка.
39	Уравнение касательной и нормали к кривой.
40	Производные высших порядков.
41	Дифференциал функции.
42	Производная сложной функции.
43	Производная от неявно заданной функции.
44	Производная от параметрически заданной функции.
45	Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
46	Правило Лопитала для вычисления предела функции.
47	Интервалы монотонности функции.
48	Экстремумы функции.
49	Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
50	Выпуклость, вогнутость графика функции.
51	Точки перегиба.
52	Асимптоты графика функции.
53	Общая схема исследования функции и построения графика.
54	Эластичность функции и ее свойства.
55	Эластичность в экономике.
56	Применение производной к решению задач на оптимизацию.
57	Формула Тейлора для многочленов.
58	Формула Тейлора для произвольной функции.
59	Понятие функции нескольких переменных.
60	Частные производные.
61	Дифференциал функции нескольких переменных.
62	Частные производные высших порядков.
63	Производная по направлению.
64	Градиент функции.
65	Экстремумы функции многих переменных (локальный).
66	Условный экстремум функции нескольких переменных.
67	Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в заданной области.
68	Экономические иллюстрации функции двух переменных: функции спроса и предложения.
69	Экономические иллюстрации функции двух переменных: функция полезности.
70	Экономические иллюстрации функции двух переменных: производственная функция.

Типовой перечень вопросов к экзамену:

Номер вопроса	Перечень вопросов к экзамену
1	Первообразная. Понятие неопределенного интеграла.
2	Свойства неопределенного интеграла.
3	Неопределенный интеграл. Таблица первообразных.
4	Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование.
5	Неопределенный интеграл. Интегрирование путем замены переменной.

6	Неопределенный интеграл. Интегрирование путем занесения множителя под знак дифференциала.
7	Неопределенный интеграл. Формула интегрирования по частям.
8	Неопределенный интеграл. Интегрирование дробно-рациональной функции.
9	Метод неопределенных коэффициентов.
10	Неопределенный интеграл. Интегрирование тригонометрических функций.
11	Неопределенный интеграл. Интегрирование иррациональных функций.
12	Табличные «неберущиеся» интегралы.
13	Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
14	Формула Ньютона-Лейбница.
15	Основные свойства определенного интеграла.
16	Замена переменной в определенном интеграле.
17	Интегрирование по частям в определенном интеграле.
18	Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
19	Несобственные интегралы первого рода. Определения, примеры.
20	Несобственные интегралы второго рода. Определения, примеры.
21	Геометрические приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.
22	Геометрические приложения определенного интеграла к вычислению объемов тел вращения.
23	Геометрические приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги плоской кривой.
24	Приложения определенного интеграла к экономике.
25	Кривая Лоренца, вычисление коэффициента Джини.
26	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
27	Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия.
28	Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
29	Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
30	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
31	Линейное дифференциальное уравнение первого порядка.
32	Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Я.Бернулли.
33	Метод Лагранжа решения линейных дифференциальных уравнений 1 го порядка.
34	Метод И.Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений 1 го порядка.
35	Уравнение в полных дифференциалах.
36	Дифференциальные уравнения высших порядков.
37	Уравнения, допускающие понижения порядка.
38	Линейные однородные уравнения второго порядка.
39	Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
40	Линейные неоднородные уравнения (ЛНДУ) второго порядка с постоянными коэффициентами.
41	Структура общего решения ЛНДУ второго порядка.
42	Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ второго порядка.
43	Интегрирование ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
44	Частное решение ЛНДУ второго порядка.

45	Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков.
46	Приложения дифференциальных уравнений к экономике.
47	Числовые ряды. Основные понятия.
48	Ряд геометрической прогрессии.
49	Необходимый признак сходимости числового ряда.
50	Гармонический ряд.
51	Положительные числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
52	Необходимый и достаточный признаки сходимости положительных числовых рядов.
53	Признаки сравнения рядов.
54	Признак Даламбера.
55	Радикальный признак Коши.
56	Интегральный признак Коши.
57	Знакопеременный ряд.
58	Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
59	Абсолютная и условная сходимость.
60	Знакопеременный ряд.
61	Признак Лейбница.
62	Остаток ряда. Оценка остатка ряда с помощью признака Лейбница.
63	Функциональный ряд.
64	Область сходимости функционального ряда.
65	Степенной ряд.
66	Свойства степенных рядов.
67	Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
68	Нахождение радиуса сходимости степенного ряда с помощью признака Даламбера.
69	Ряд Тейлора. Ряд Макларена. Разложение функций в степенные ряд.
70	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях значений функции.
71	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях определенных интегралов.
72	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях дифференциальных уравнений.

Типовые расчетно-аналитические задания/задачи:

Тема 1. Множества

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{(2x-5)(4+x)}$
2. Найдите область допустимых значений функции:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x-x^3}.$$

Тема 2. Функции одной действительной переменной.

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right)$

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

2. Найти точки разрыва функций

Тема 3. Функции нескольких переменных

1. Найти область определения функции $u = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.
2. Построить линии уровня следующих функций для $z=1$; $z=2$; $z=3$: $z = x + y$, $z = e^{xy}$.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{16 - x^2}{4x - 5}$ и точки его пересечения с осями координат. По найденным данным схематически постройте график.
2. Проведите полное исследование функции и постройте ее график:
 1. $y = x + 3\sqrt[3]{x^2}$.
 2. $y = \frac{x^3}{12(x-2)}$.
 3. $y = (x^2 + 2x)e^x$.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функций в замкнутой области, ограниченной заданными линиями $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.
2. Определить экстремумы функции. $z = 2x^2 - y^2 + 4xy + x + 7$.

Тема 6. Интегральное исчисление функции одной переменной.

$$\int \left(2 \cos x + e^x - \frac{x}{\sqrt{x}} \right) dx$$

1. Вычислите неопределенный интеграл.
2. Найти прирост капитала предприятия на данном промежутке времени, если скорость изменения инвестиций имеет следующий вид: $I(t) = c\sqrt[t]{t^b} + d$, $\alpha \leq t \leq \beta$, при заданных значениях параметров.

3. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца: $y = ax^2 + bx$. Какую часть дохода получают c % наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода, если $a=0,87$, $b=0,13$, $c=12$.

Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка.

1. Решите уравнение $x^2 y' + xy^2 = y$
2. Решите уравнение $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0$

3. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $q = 50 - 2p - 4 \frac{dp}{dt}$ и $s = 70 + 2p - 5 \frac{dp}{dt}$. Найдите зависимость равновесной цены от времени, если $p = 10$ в момент времени $t = 0$.

Тема 8. Дифференциальные уравнения второго порядка.

1. Решением дифференциального уравнения $y'' + 10y' + 25y = 0$ является семейство функций...
2. Корни характеристического уравнения линейного однородного дифференциального уравнения равны: $k_1 = 2, k_2 = 3$. Тогда это уравнение имеет вид...
3. Решите уравнение $y'' + 2y' - 3y = \sin x$

Тема 9. Числовые ряды.

1. Общий член ряда $1/2 + 2/3 + 3/4 + 4/5 \dots$ равен...
2. Пятый член ряда $1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$ равен...
3. Определите сходимость рядов $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n!$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Тема 10. Функциональные ряды.

1. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.
2. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+8}$ равен...
3. Укажите середину интервала сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (2x-5)^n}{2n-1}$

Тематика курсовых работ/проектов (при наличии):

Курсовая работа по дисциплине «Математический анализ» учебным планом не предусмотрена.

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 балло в	«отлично «зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Знает верно и в полном объеме: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях. Умеет верно и в полном объеме: рассчитывать экономические и социально-	Продвинутый

				экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы.	
70 – 84 балла	«хорошо»/ «зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Знает с незначительными замечаниями: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях. Умеет с незначительными замечаниями: рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы.	Повышенный
50 – 69 балла	«удовлетворительно»/ «зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	Знает на базовом уровне, с ошибками: методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях. Умеет на базовом уровне, с ошибками: рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы.	Базовый
менее 50 балла	«неудовлетворительно»/ «не зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять	ОПК-2.1. Использует основные	Не знает на базовом уровне: методы поиска и	Компетенции не сформированы

<p style="text-align: center;">В</p>		<p>сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</p>	<p>систематизации информации об экономических процессах и явлениях.</p> <p>Не умеет на базовом уровне: рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы.</p>	
---	--	---	--	---	--