

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Петровская Анна Викторовна

Должность: Директор

Дата подписания: 24.09.2024 11:42:10

Уникальный программный ключ:

798bda6555fbdebe827768f6f1710bd17a9070c31fdc1b6a6ac5a1f10c8c5199

*Приложение 6 к основной профессиональной образовательной программе
по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент
направленность (профиль) программы Менеджмент организации*

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова»
Краснодарский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова

Факультет экономики, менеджмента и торговли

Кафедра бухгалтерского учета и анализа

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине

Б1.О.18 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки 38.03.02 Менеджмент

Направленность (профиль) программы Менеджмент организации

Уровень высшего образования Бакалавриат

Год начала подготовки 2023

Краснодар – 2022 г.

Составитель(и):

к.э.н., доцент, доцент кафедры бухгалтерского учета и анализа О.Б. Пантелеева
(ученая степень, ученое звание, должность,)

Оценочные материалы одобрены на заседании кафедры бухгалтерского учета и анализа
протокол № 6 от 10 января 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем	ОПК-2.1. Определяет источники информации и осуществляет их поиск на основе поставленных целей для решения профессиональных задач	ОПК-2.1. 3-1. Знает методы сбора информации, способы и вид ее представления, применяя современное программное обеспечение	Раздел 1. Теория вероятностей Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей Тема 2. Случайные величины Тема 3. Основные законы распределения случайных величин Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей Тема 5. Многомерные случайные величины Раздел 2. Математическая статистика Тема 6. Основные понятия и методы математической статистики Тема 7. Оценка параметров распределений Тема 8. Проверка статистических гипотез
		ОПК-2.1. У-1. Умеет использовать современный инструментарий и интеллектуальные информационно-аналитические системы	

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях

Вопросы для проведения опроса на занятиях

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел 1. Теория вероятностей

Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей

Вопросы для проведения опроса:

1. Предмет и задачи теории вероятностей. Понятия испытания (опыта) и события. Достоверные, невозможные, несовместные, противоположные, эквивалентные события.
2. Операции над событиями.
3. Пространство элементарных событий.
4. Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности.
5. Комбинаторика: перестановки, размещения, сочетания и их основные свойства.
6. Теорема сложения вероятностей.
7. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
8. Понятие независимости событий.
9. Вероятность появления хотя бы одного события.
10. Полная группа событий (гипотез).
11. Формула полной вероятности и её применение.
12. Формула Байеса и её применение.
13. Формула Бернулли.

Тема 2. Случайные величины

Вопросы для проведения опроса:

1. Случайные величины и их ФР. Свойства ФР.
2. Дискретные СВ: ряд распределения.
3. Непрерывные СВ: плотность распределения и её свойства.
4. Математическое ожидание СВ и его свойства.
5. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение СВ и их свойства.
6. Мода, медиана, начальные и центральные моменты СВ.
7. Квантиль и ее частные значения – квартили, децили и процентиля.

Тема 3. Основные законы распределения случайных величин

Вопросы для проведения опроса:

1. Биномиальное распределение.
2. Распределение Пуассона.
3. Равномерное распределение.
4. Показательное распределение.
5. Функция Лапласа и её свойства.
6. Нормальное распределение и его основные свойства. Правило «трёх сигма».
7. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера.

Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей

Вопросы для проведения опроса:

1. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
2. Центральная предельная теорема. Теорема Бернулли.
3. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа и её применение.

4. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа и её применение.

Тема 5. Многомерные случайные величины

Вопросы для проведения опроса:

1. Понятие многомерной СВ. Двумерные СВ.
2. ФР двумерной СВ и её свойства.
3. Непрерывные двумерные СВ. Плотность распределения и её свойства.
4. Условные законы распределения компонентов двумерной СВ.
5. Условные числовые характеристики СВ.
6. Независимые СВ.
7. Ковариация и коэффициент корреляции.

Раздел 2. Математическая статистика

Тема 6. Основные понятия и методы математической статистики

Вопросы для проведения опроса:

1. Предмет и задачи математической статистики. Понятие генеральной совокупности, выборки, репрезентативности выборки.
2. Дискретный и интервальный вариационные ряды. Частоты и относительные частоты.
3. Многоугольник (полигон) распределения и гистограмма.
4. Выборочная (эмпирическая) функция распределения.
5. Функции выборки. Выборочные средняя, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация, коэффициент корреляции.

Тема 7. Оценка параметров распределений

Вопросы для проведения опроса:

1. Понятие точечной оценки параметра распределения СВ.
2. Свойства оценок параметров СВ – несмещённость, эффективность, состоятельность.
3. Метод максимального правдоподобия.
4. Примеры точечных оценок.
5. Понятие доверительной вероятности, доверительного интервала и интервальной оценки.
6. Построение интервальной оценки для МО СВ, распределённой по НЗ с известным СКО.
7. Построение интервальной оценки для МО СВ, распределённой по НЗ с неизвестным СКО.
8. Построение интервальной оценки для СКО СВ, распределённой по НЗ.

Тема 8. Проверка статистических гипотез

Вопросы для проведения опроса:

1. Основные понятия теории проверки статистических гипотез.
2. Основные этапы проверки СГ.
3. Проверка СГ о значении МО СВ, распределённой по НЗ с известным СКО.
4. Проверка СГ о значении МО СВ, распределённой по НЗ с неизвестным СКО.
5. Проверка СГ о значении дисперсии СВ, распределённой по НЗ.
6. Проверка СГ о равенстве МО двух СВ, распределённых по НЗ.

7. Проверка СГ о равенстве дисперсий двух СВ, распределённых по НЗ.
8. Критерий согласия Пирсона.
9. Непараметрические методы проверки гипотез.

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен в полном объеме, при ответе допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос представлен не в полном объеме, при ответе допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если ответ на вопрос не представлен, или при ответе допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Задания для текущего контроля

Расчетно-аналитические задания

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей

1. В поступивших на склад 3 партиях деталей годные составляют 89 %, 92 % и 97 % соответственно. Количество деталей в партиях относится как 1:2:3. Чему равна вероятность того, что случайно выбранная со склада деталь окажется бракованной. Пусть известно, что случайно выбранная деталь оказалась бракованной. Найти вероятности того, что она принадлежит первой, второй и третьей партиям.

2. В первой урне 10 шаров : 4 белых и 6 чёрных. Во второй урне 20 шаров : 2 белых и 18 чёрных. Из каждой урны выбирают случайным образом по одному шару и кладут в третью урну. Затем из третьей урны случайным образом выбирают один шар. Найти вероятность того, что извлечённый из третьей урны шар будет белым.

3. При переливании крови надо учитывать группы крови донора и больного. Человеку, имеющему четвёртую группу крови можно перелить кровь любой группы, человеку со второй и третьей группой можно перелить либо кровь его группы, либо первой. Человеку с первой группой крови можно перелить кровь только первой группы. Известно, что среди населения 33,7 % имеют первую группу, 37,5 % имеют вторую группу, 20,9 % имеют третью группу и 7,9 % имеют 4 группу. Найти вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

4. Вероятность искажения одного символа при передаче сообщения по линии связи равна 0.001. Сообщение считают принятым, если в нём отсутствуют искажения. Найти вероятность того, что будет принято сообщение, состоящее из 20 слов по 100 символов каждое.

Тема 2. Случайные величины

1. Игрок выигрывает очко, если при подбрасывании монеты выпадает герб, и проигрывает очко в противном случае. Построить график функции распределения суммарного выигрыша игрока после двух бросаний монеты.

2. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 шт. нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно и, найдя первые из таких часов, прекращает

дальнейший просмотр. Найти математическое ожидание СВ — количества просмотренных часов.

3. Партия, насчитывающая 100 изделий, содержит 10 дефектных. Из всей партии случайным образом отбираются с целью проверки качества 5 изделий. Найти математическое ожидание числа дефектных изделий, содержащихся в случайной выборке.

Тема 3. Основные законы распределения случайных величин

1. Найти плотность вероятности суммы трех независимых случайных величин, имеющих распределение Пуассона.

2. По мишени производится один выстрел. Вероятность попадания равна 0,7. Рассмотрим две СВ: ξ — число попаданий, η — число промахов. Найти закон распределения двумерной случайной величины (ξ, η) .

3. Найти математическое ожидание и дисперсию: а) числа очков, выпадающих при бросании одной игральной кости; б) суммы очков, выпадающих при бросании n игральных костей.

Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей

1. Вероятность изготовления нестандартной детали равна $p = 0,004$. Какова вероятность того, что среди 1000 деталей окажется 5 нестандартных?

2. Вероятность рождения мальчика — 0,51. Найдём вероятность, что среди 200 новорожденных будет 95 девочек.

3. Пусть вероятность того, что покупательнице магазина женской обуви необходима обувь 36-го размера, равна 0,3. Найдём вероятность того, что из 2000 покупательниц таких будет от 570 до 630.

4. В автобусном парке 100 автобусов. Известно, что вероятность выхода из строя мотора в течение дня равна 0,1. Чему равна вероятность того, что в определенный день окажутся неисправными моторы у 12 автобусов?

5. Завод выпускает в среднем 99,8% доброкачественных и 0,2% бракованных изделий. Какова вероятность того, что среди выбранных наугад 500 изделий число бракованных будет больше трех?

Тема 5. Многомерные случайные величины

1. Студенту даются 3 попытки пересдать экзамен. Вероятность, что студент сдаст экзамен с первой попытки равна 0,4, со второй 0,6, с третьей — 0,8. Составить закон распределения случайной величины — числа попыток сдать экзамен, функцию распределения, построить ее график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

2. Случайная величина задана плотностью распределения. Найти: параметр b , $M(x)$, $D(x)$, $F(x)$, вероятность того, что случайная величина принимает значения на промежутке $[1,5;4,5]$.

$$\begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

3. Случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. 1) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$; 2) построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$; 3) найти $M(x)$, $D(x)$ и среднее квадратическое отклонение случайной величины X ; 4) найти вероятность того, что X примет значение из интервала $(1;3)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Тема 6. Основные понятия и методы математической статистики

1. Дана выборка (4; 6; 0; 2; 1; 3; 3; 1; 2; 5; 3; 1; 2; 2; 4; 4; 4; 3; 2; 5; 2; 5; 1; 2; 3; 0). Построить: 1) дискретный вариационный ряд; 2) полигон относительных частот; 3) эмпирическую функцию распределения.

2. Имеются данные о торгах акций некоторого акционерного общества на фондовой бирже. Количество проданных акций по курсу продаж распределилось следующим образом:

Курс продаж	900	990	1010	1015	1150
Количество проданных акций	550	650	800	700	850

Найдем оценки среднего и дисперсии курса продаж акции.

3. Дана выборка (9; 5; 5; 7; 5; 7; 3; 5; 9; 7; 3; 2; 5; 2; 5; 1; 2; 3; 0; 3; 0; 5; 1; 2; 1). Построить дискретный вариационный ряд. Найти выборочные среднюю и дисперсию.

Тема 7. Оценка параметров распределений

1. 25 рабочих контролировались в течение месяца по признаку — процент выполнения норм выработки за месяц. По выборочным данным были рассчитаны $\bar{x} = 102,3\%$ — средний процент выработки и дисперсия $S^2 = 16$. Найти 95%-ный доверительный интервал для генеральной средней, если известно, что признак имеет нормальное распределение.

2. Недельные доходы фирмы подчинены нормальному закону распределения. По 25 еженедельным наблюдениям за доходами фирмы найдено $S^2 = 1200$. Найдите 95%-ный доверительный интервал для дисперсии недельных доходов.

3. По предварительному опросу населения большого города, в котором участвовало 900 жителей, за мероприятие X готовы проголосовать 400 человек из опрошенных жителей. Найти 90%-ный доверительный интервал, в котором находится истинный процент готовых проголосовать за мероприятие X.

4. Среди 400 деталей, изготовленных станком-автоматом, 20 оказалось нестандартных. Найдите доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,98 неизвестную вероятность брака.

Тема 8. Проверка статистических гипотез

1. Физическая подготовка 9 спортсменов была проведена при поступлении в спортивную школу, а затем после недели тренировок. Итоги проверки в баллах оказались следующими:

x_i	76	71	57	49	70	69	26	65	59
y_i	81	85	52	52	70	63	33	83	62

(в 1-й строке число баллов при поступлении, во 2-й – после недели тренировок)

Требуется на уровне значимости 0,05 установить, значительно или незначительно улучшилась физическая подготовка спортсменов, в предположении, что число баллов распределено нормально.

2. Некоторая физическая величина измерена $n = 7$ и $m = 5$ раз двумя различными способами. По результатам измерений найдены соответствующие погрешности $s_x^2 = 6,3$, $s_y^2 = 10,1$. Требуется на уровне значимости 0,05 проверить, одинаковую ли точность обеспечивают эти способы измерений.

3. В результате длительных наблюдений установлено, что вероятность полного выздоровления больного, принимавшего лекарство A , равна 0,8. Новое лекарство B назначено 800 больным, причём 660 из них полностью выздоровели. Можно ли считать новое лекарство значимо эффективнее лекарства A на пятипроцентном уровне значимости?

Критерии оценки (в баллах):

- 2 балла выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме без ошибок и недочетов (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 1 балл выставляется обучающемуся, если задание решено в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0,5 балла выставляется обучающемуся, если задание решено не в полном объеме, при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если задание не решено, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Комплекты заданий для контрольных работ

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

Раздел 1. Теория вероятностей

Вариант 1

1. В первой урне 10 шаров : 4 белых и 6 чёрных. Во второй урне 20 шаров : 2 белых и 18 чёрных. Из каждой урны выбирают случайным образом по одному шару и кладут в третью урну. Затем из третьей урны случайным образом выбирают один шар. Найти вероятность того, что извлечённый из третьей урны шар будет белым.

2. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 шт. нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно и, найдя первые из таких часов, прекращает дальнейший просмотр. Найти математическое ожидание СВ — количества просмотренных часов.

3. Случайная величина задана плотностью распределения. Найти: параметр b , $M(x)$, $D(x)$, $F(x)$, вероятность того, что случайная величина принимает значения на промежутке $[1,5;4,5]$.

$$\begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Вероятность искажения одного символа при передаче сообщения по линии связи равна 0.001. Сообщение считают принятым, если в нём отсутствуют искажения. Найти вероятность того, что будет принято сообщение, состоящее из 20 слов по 100 символов каждое.
2. Партия, насчитывающая 100 изделий, содержит 10 дефектных. Из всей партии случайным образом отбираются с целью проверки качества 5 изделий. Найти математическое ожидание числа дефектных изделий, содержащихся в случайной выборке.
3. Случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. 1) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$; 2) построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$; 3) найти $M(x)$, $D(x)$ и среднее квадратическое отклонение случайной величины X ; 4) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (1;3).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Критерии оценки (в баллах):

- 8 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 1 балл, пункты номера 2 – в 2 балла) (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 4 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Раздел 2. Математическая статистика

Вариант 1

1. Имеются данные о торгах акций некоторого акционерного общества на фондовой бирже. Количество проданных акций по курсу продаж распределилось следующим образом:

Курс продаж	900	990	1010	1015	1150
Количество проданных акций	550	650	800	700	850

Найдем оценки среднего и дисперсии курса продаж акции.

2. Недельные доходы фирмы подчинены нормальному закону распределения. По 25 еженедельным наблюдениям за доходами фирмы найдено $S^2 = 1200$. Найдите 95%-ный доверительный интервал для дисперсии недельных доходов.

3. В результате длительных наблюдений установлено, что вероятность полного выздоровления больного, принимавшего лекарство A , равна 0,8. Новое лекарство B назначено 800 больным, причём 660 из них полностью выздоровели. Можно ли считать новое лекарство значимо эффективнее лекарства A на пятипроцентном уровне значимости?

Вариант 2

1. Имеются данные о торгах акций некоторого акционерного общества на фондовой бирже. Количество проданных акций по курсу продаж распределилось следующим образом:

Курс продаж	1900	1990	2010	2015	2150
Количество проданных акций	550	650	800	700	850

Найдем оценки среднего и дисперсии курса продаж акции.

2. Недельные доходы фирмы подчинены нормальному закону распределения. По 25 еженедельным наблюдениям за доходами фирмы найдено $S^2 = 1000$. Найдите 95%-ный доверительный интервал для дисперсии недельных доходов.

3. В результате длительных наблюдений установлено, что вероятность полного выздоровления больного, принимавшего лекарство A , равна 0,6. Новое лекарство B назначено 600 больным, причём 550 из них полностью выздоровели. Можно ли считать новое лекарство значимо эффективнее лекарства A на пятипроцентном уровне значимости?

Критерии оценки (в баллах):

- 7 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме без ошибок и недочетов (пункты номера 1 оцениваются в 1 балл, номер 2 – в 1 балл, номер 3 – в 2 балла) *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная решена в полном объеме, при решении допущены неточности *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 3 балла выставляется обучающемуся, если контрольная решена не в полном объеме (50% работы выполнено), при решении допущены незначительные ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если контрольная не решена, или при решении допущены грубые ошибки *(соответствие индикатору ОПК-2.1.)*

Задания для творческого рейтинга

Темы для докладов и научных статей

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

2. Формула полной вероятности и её применение
3. Формула Байеса и её применение
4. Нормальное распределение и его основные свойства. Правило «трёх сигма».
5. Понятие многомерной СВ. Двумерные СВ
6. Функции выборки. Выборочные средняя, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация, коэффициент корреляции
7. Свойства оценок параметров СВ – несмещённость, эффективность, состоятельность
8. Понятие доверительной вероятности, доверительного интервала и интервальной оценки

9. Критерий согласия Пирсона
10. Оценка рисков с помощью математического ожидания и дисперсии
11. Факторный анализ в экономических исследованиях

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент свободно ориентируется в теме доклада, отвечает на дополнительные вопросы (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведены верные примеры, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема доклада не раскрыта, или при ответе на вопросы допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

Темы индивидуальных и/или групповых проектов

Индикаторы достижения: ОПК-2.1.

1. Математические методы в экономике.
2. Вероятностные методы в обработке информации.
3. Закономерности массового процесса.
4. Закон больших чисел в общественных явлениях.
5. Бернулли. Его вклад в развитие теории вероятностей.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведены верные примеры, проведено самостоятельное исследование, студент свободно ориентируется в теме проекта, отвечает на дополнительные вопросы (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведены верные примеры, проведено самостоятельное исследование, студент при ответе на дополнительные вопросы допускает неточности (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 5 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта раскрыта, приведенные примеры не соответствуют теме или не проведено самостоятельное исследование, студент, отвечая на дополнительные вопросы, допускает ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*);
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если тема проекта не раскрыта, при ответе на вопросы допущены грубые ошибки (*соответствие индикатору ОПК-2.1.*)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ
ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Типовая структура зачетного задания

<i>Наименование оценочного материала</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
<i>Вопрос 1</i>	<i>10</i>
<i>Вопрос 2</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 1</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 2</i>	<i>10</i>

Задания, включаемые в зачетное задание

Перечень вопросов зачету с оценкой:

Номер вопроса	Перечень вопросов к зачету с оценкой
1	Предмет и задачи теории вероятностей. Понятия испытания (опыта) и события. Достоверные, невозможные, несовместные, противоположные, эквивалентные события.
2	Операции над событиями.
3	Пространство элементарных событий.
4	Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности.
5	Комбинаторика: перестановки, размещения, сочетания и их основные свойства.
6	Теорема сложения вероятностей.
7	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
8	Понятие независимости событий.
9	Вероятность появления хотя бы одного события.
10	Полная группа событий (гипотез).
11	Формула полной вероятности и её применение.
12	Формула Байеса и её применение.
13	Формула Бернулли.
14	Случайные величины и их ФР. Свойства ФР.
15	Дискретные СВ: ряд распределения.
16	Непрерывные СВ: плотность распределения и её свойства.
17	Математическое ожидание СВ и его свойства.
18	Дисперсия и среднее квадратическое отклонение СВ и их свойства.
19	Мода, медиана, начальные и центральные моменты СВ.
20	Квантиль и ее частные значения – квартили, децили и процентиля.
21	Биномиальное распределение.
22	Распределение Пуассона.
23	Равномерное распределение.
24	Показательное распределение.
25	Функция Лапласа и её свойства.
26	Нормальное распределение и его основные свойства. Правило «трёх сигма».
27	Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера.
28	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
29	Центральная предельная теорема. Теорема Бернулли.
30	Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа и её применение.
31	Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа и её применение.
32	Понятие многомерной СВ. Двумерные СВ.
33	ФР двумерной СВ и её свойства.
34	Непрерывные двумерные СВ. Плотность распределения и её свойства.

35	Условные законы распределения компонентов двумерной СВ.
36	Условные числовые характеристики СВ.
37	Независимые СВ.
38	Ковариация и коэффициент корреляции.
39	Предмет и задачи математической статистики. Понятие генеральной совокупности, выборки, репрезентативности выборки.
40	Дискретный и интервальный вариационные ряды. Частоты и относительные частоты.
41	Многоугольник (полигон) распределения и гистограмма.
42	Выборочная (эмпирическая) функция распределения.
43	Функции выборки. Выборочные средняя, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация, коэффициент корреляции.
44	Понятие точечной оценки параметра распределения СВ.
45	Свойства оценок параметров СВ – несмещённость, эффективность, состоятельность.
46	Метод максимального правдоподобия.
47	Примеры точечных оценок.
48	Понятие доверительной вероятности, доверительного интервала и интервальной оценки.
49	Построение интервальной оценки для МО СВ, распределённой по НЗ с известным СКО.
50	Построение интервальной оценки для МО СВ, распределённой по НЗ с неизвестным СКО.
51	Построение интервальной оценки для СКО СВ, распределённой по НЗ.
52	Основные понятия теории проверки статистических гипотез.
53	Основные этапы проверки СГ.
54	Проверка СГ о значении МО СВ, распределённой по НЗ с известным СКО.
55	Проверка СГ о значении МО СВ, распределённой по НЗ с неизвестным СКО.
56	Проверка СГ о значении дисперсии СВ, распределённой по НЗ.
57	Проверка СГ о равенстве МО двух СВ, распределённых по НЗ.
58	Проверка СГ о равенстве дисперсий двух СВ, распределённых по НЗ.
59	Критерий согласия Пирсона.
60	Непараметрические методы проверки гипотез.

Типовые расчетно-аналитические задания/задачи к зачету с оценкой:

Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей

1. В поступивших на склад 3 партиях деталей годные составляют 89 %, 92 % и 97 % соответственно. Количество деталей в партиях относится как 1:2:3. Чему равна вероятность того, что случайно выбранная со склада деталь окажется бракованной. Пусть известно, что случайно выбранная деталь оказалась бракованной. Найти вероятности того, что она принадлежит первой, второй и третьей партиям.

2. В первой урне 10 шаров : 4 белых и 6 чёрных. Во второй урне 20 шаров : 2 белых и 18 чёрных. Из каждой урны выбирают случайным образом по одному шару и кладут в третью урну. Затем из третьей урны случайным образом выбирают один шар. Найти вероятность того, что извлечённый из третьей урны шар будет белым.

3. При переливании крови надо учитывать группы крови донора и больного. Человеку, имеющему четвёртую группу крови можно перелить кровь любой группы, человеку со второй и

третьей группой можно перелить либо кровь его группы, либо первой. Человеку с первой группой крови можно перелить кровь только первой группы. Известно, что среди населения 33,7 % имеют первую группу, 37,5 % имеют вторую группу, 20,9 % имеют третью группу и 7,9 % имеют 4 группу. Найти вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

4. Вероятность искажения одного символа при передаче сообщения по линии связи равна 0.001. Сообщение считают принятым, если в нём отсутствуют искажения. Найти вероятность того, что будет принято сообщение, состоящее из 20 слов по 100 символов каждое.

Тема 2. Случайные величины

4. Игрок выигрывает очко, если при подбрасывании монеты выпадает герб, и проигрывает очко в противном случае. Построить график функции распределения суммарного выигрыша игрока после двух бросаний монеты.

5. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 шт. нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно и, найдя первые из таких часов, прекращает дальнейший просмотр. Найти математическое ожидание СВ — количества просмотренных часов.

6. Партия, насчитывающая 100 изделий, содержит 10 дефектных. Из всей партии случайным образом отбираются с целью проверки качества 5 изделий. Найти математическое ожидание числа дефектных изделий, содержащихся в случайной выборке.

Тема 3. Основные законы распределения случайных величин

7. Найти плотность вероятности суммы трех независимых случайных величин, имеющих распределение Пуассона.

8. По мишени производится один выстрел. Вероятность попадания равна 0,7. Рассмотрим две СВ: ξ — число попаданий, η — число промахов. Найти закон распределения двумерной случайной величины (ξ, η) .

9. Найти математическое ожидание и дисперсию: а) числа очков, выпадающих при бросании одной игральной кости; б) суммы очков, выпадающих при бросании n игральных костей.

Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей

6. Вероятность изготовления нестандартной детали равна $p = 0,004$. Какова вероятность того, что среди 1000 деталей окажется 5 нестандартных?

7. Вероятность рождения мальчика — 0,51. Найдем вероятность, что среди 200 новорожденных будет 95 девочек.

8. Пусть вероятность того, что покупательнице магазина женской обуви необходима обувь 36-го размера, равна 0,3. Найдем вероятность того, что из 2000 покупательниц таких будет от 570 до 630.

9. В автобусном парке 100 автобусов. Известно, что вероятность выхода из строя мотора в течение дня равна 0,1. Чему равна вероятность того, что в определенный день окажутся неисправными моторы у 12 автобусов?

10. Завод выпускает в среднем 99,8% доброкачественных и 0,2% бракованных изделий. Какова вероятность того, что среди выбранных наугад 500 изделий число бракованных будет больше трех?

Тема 5. Многомерные случайные величины

1. Студенту даются 3 попытки пересдать экзамен. Вероятность, что студент сдаст экзамен с первой попытки равна 0,4, со второй 0,6, с третьей — 0,8. Составить закон распределения

случайной величины – числа попыток сдать экзамен, функцию распределения, построить ее график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

2. Случайная величина задана плотностью распределения. Найти: параметр b , $M(x)$, $D(x)$, $F(x)$, вероятность того, что случайная величина принимает значения на промежутке $[1,5;4,5]$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

3. Случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. 1) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$; 2) построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$; 3) найти $M(x)$, $D(x)$ и среднее квадратическое отклонение случайной величины X ; 4) найти вероятность того, что X примет значение из интервала $(1;3)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Тема 6. Основные понятия и методы математической статистики

1. Дана выборка (4; 6; 0; 2; 1; 3; 3; 1; 2; 5; 3; 1; 2; 2; 4; 4; 4; 3; 2; 5; 2; 5; 1; 2; 3; 0). Построить: 1) дискретный вариационный ряд; 2) полигон относительных частот; 3) эмпирическую функцию распределения.

2. Имеются данные о торгах акций некоторого акционерного общества на фондовой бирже. Количество проданных акций по курсу продаж распределилось следующим образом:

Курс продаж	900	990	1010	1015	1150
Количество проданных акций	550	650	800	700	850

Найдем оценки среднего и дисперсии курса продаж акции.

3. Дана выборка (9; 5; 5; 7; 5; 7; 3; 5; 9; 7; 3; 2; 5; 2; 5; 1; 2; 3; 0; 3; 0; 5; 1; 2; 1). Построить дискретный вариационный ряд. Найти выборочные среднюю и дисперсию.

Тема 7. Оценка параметров распределений

1. 25 рабочих контролировались в течение месяца по признаку — процент выполнения норм выработки за месяц. По выборочным данным были рассчитаны $\bar{x} = 102,3\%$ — средний процент выработки и дисперсия $S^2 = 16$. Найти 95%-ный доверительный интервал для генеральной средней, если известно, что признак имеет нормальное распределение.

2. Недельные доходы фирмы подчинены нормальному закону распределения. По 25 еженедельным наблюдениям за доходами фирмы найдено $S^2 = 1200$. Найдите 95%-ный доверительный интервал для дисперсии недельных доходов.

3. По предварительному опросу населения большого города, в котором участвовало 900 жителей, за мероприятие X готовы проголосовать 400 человек из опрошенных жителей. Найти 90%-ный доверительный интервал, в котором находится истинный процент готовых проголосовать за мероприятие X .

4. Среди 400 деталей, изготовленных станком-автоматом, 20 оказалось нестандартных. Найдите доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,98 неизвестную вероятность брака.

Тема 8. Проверка статистических гипотез

1. Физическая подготовка 9 спортсменов была проведена при поступлении в спортивную школу, а затем после недели тренировок. Итоги проверки в баллах оказались следующими:

x_i	76	71	57	49	70	69	26	65	59
y_i	81	85	52	52	70	63	33	83	62

(в 1-й строке число баллов при поступлении, во 2-й – после недели тренировок)

Требуется на уровне значимости 0,05 установить, значимо или незначимо улучшилась физическая подготовка спортсменов, в предположении, что число баллов распределено нормально.

2. Некоторая физическая величина измерена $n = 7$ и $m = 5$ раз двумя различными способами. По результатам измерений найдены соответствующие погрешности $\varepsilon_x^2 = 6,3$, $\varepsilon_y^2 = 10,1$. Требуется на уровне значимости 0,05 проверить, одинаковую ли точность обеспечивают эти способы измерений.

3. В результате длительных наблюдений установлено, что вероятность полного выздоровления больного, принимавшего лекарство A , равна 0,8. Новое лекарство B назначено 800 больным, причём 660 из них полностью выздоровели. Можно ли считать новое лекарство значимо эффективнее лекарства A на пятипроцентном уровне значимости?

Тематика курсовых работ/проектов (при наличии):

Курсовая работа по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» учебным планом не предусмотрена.

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 баллов	«отлично «зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем	ОПК-2.1. Определяет источники информации и осуществляет их поиск на основе поставленных целей для решения профессиональных задач	Знает верно и в полном объеме: методы сбора информации, способы и вид ее представления, применяя современное программное обеспечение Умеет верно и в полном объеме: использовать современный инструментарий и интеллектуальные информационно-аналитические системы	Продвинутый

70 – 84 баллов	«хорошо»/ «зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем	ОПК-2.1. Определяет источники информации и осуществляет их поиск на основе поставленных целей для решения профессиональных задач	Знает с незначительными замечаниями: методы сбора информации, способы и вид ее представления, применяя современное программное обеспечение Умеет с незначительными замечаниями: использовать современный инструментарий и интеллектуальные информационно-аналитические системы	Повышенный
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»/ «зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем	ОПК-2.1. Определяет источники информации и осуществляет их поиск на основе поставленных целей для решения профессиональных задач	Знает на базовом уровне, с ошибками: методы сбора информации, способы и вид ее представления, применяя современное программное обеспечение Умеет на базовом уровне, с ошибками: использовать современный инструментарий и интеллектуальные информационно-аналитические системы	Базовый
менее 50 баллов	«неудовлетворительно»/ «не зачтено»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем	ОПК-2.1. Определяет источники информации и осуществляет их поиск на основе поставленных целей для решения профессиональных задач	Не знает на базовом уровне: методы сбора информации, способы и вид ее представления, применяя современное программное обеспечение Не умеет на базовом уровне использовать современный инструментарий и интеллектуальные информационно-аналитические системы	Компетенции не сформированы