

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Петровская Анна Викторовна  
Должность: Директор  
Дата подписания: 22.09.2022 14:45:33  
Уникальный программный ключ:  
798bda6555fbdebe827768f6f1710bd17a9070c31fdc1b6a6ac5a1f10c8c5199

**Приложение 3 к основной профессиональной образовательной программе  
по направлению подготовки 38.03.01 Экономика  
направленность (профиль) программы Финансы и кредит**



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»  
Краснодарский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова

УТВЕРЖДЕНО  
протоколом заседания Совета  
Краснодарского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова  
от 28.05.2019 № 11  
Председатель Г.Л. Авагян



**Кафедра бухгалтерского учета и анализа**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
для студентов приема 2020г.  
**Б1.Б.06.02      ЛИНЕНАЯ АЛГЕБРА**

**Направление подготовки 38 . 03 . 01 ЭКОНОМИКА**

**Направленность (профиль) программы  
«Финансы и кредит»**

**Уровень высшего образования Бакалавриат**

**Программа подготовки: академический бакалавриат**

Краснодар  
2019 г.

**Рецензенты:**

1. Куцегреева Л.В., к.э.н., доцент кафедры финансов и кредита Краснодарского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова
2. Бужан В.В., к.ф.-м.т.н., доцент кафедры математики и вычислительной техники НАН ЧОУ ВО «Академия маркетинга и социально-информационных технологий-ИМСИТ» г. Краснодар

**Аннотация рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра»:**

**Цель изучения дисциплины** – обучение студентов основным алгебраическим и геометрическим понятиям, их взаимосвязи и развития, освоение основных приемов решения практических задач курса, а так же изучение методов расчета, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных экономических задач.

**Задачи дисциплины** – выработка представлений об основных методах и алгебраических объектах, обучение методам исследования и решения математических задач, выработка самостоятельности расширения математических знаний.

Рабочая программа дисциплины составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта.

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта.

Составитель:



\_\_\_\_\_ (подпись)

Л.А. Винковская, ст. преподаватель кафедры бухгалтерского учета и анализа

Рабочая программа дисциплины рекомендована к утверждению кафедрой бухгалтерского учета и анализа. Протокол от 28.03.2019 № 7

Зав. КБУ, к.э.н., доцент



Н.В. Лактионова

СОГЛАСОВАНО

Зав. КФК, к.э.н., доцент



А.В. Петровская

Согласовано

Протокол заседания Учебно-методического совета от 18.04.2019 № 6

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ .....</b>	<b>4</b>
<b>II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>7</b>
<b>III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ .....</b>	<b>9</b>
<b>IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>9</b>
<b>V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>15</b>
<b>VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....</b>	<b>20</b>
<b>VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>36</b>
<b>VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ .....</b>	<b>40</b>
<b>ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ .....</b>	<b>44</b>
<b>Приложения:</b>	
<b>Карта обеспеченности дисциплины учебными изданиями и иными информационно- библиотечными ресурсами.....</b>	<b>45</b>
<b>Образец экзаменационного билета.....</b>	<b>48</b>

# I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

## 1.1 Цель дисциплины

Целью учебной дисциплины «Линейная алгебра» является:

1. обучение студентов основным алгебраическим и геометрическим понятиям, их взаимосвязи и развития;
2. освоение основных приемов решения практических задач курса;
3. изучение методов расчета, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных экономических задач.

## 1.2 Учебные задачи дисциплины

Задачами дисциплины являются:

1. Обучить основным понятиям и инструментам линейной алгебры.
2. Научить студентов применять современный математический инструментарий и методы линейной алгебры для решения экономических задач.
3. Научить студентов методике построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов и явлений.
4. Научить решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений.
5. Научить студентов четко формулировать задачу и находить соответствующий алгоритм и метод её решения.
6. Создать теоретические основы для успешного изучения дисциплин, требующих знания математического анализа.

## 1.3 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к дисциплинам базовой части учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины «Линейная алгебра», студент должен:

1. **Знать:** основы теории множеств, основы алгебраических понятий, основы векторного анализа, основные правила алгебры.
2. **Уметь:** формировать математические выражения в соответствующем формальном виде, определять соотношение числовых значений для применения в задачах, определять основные алгебраические формы.
3. **Владеть навыками:** решения простых алгебраических систем, определения алгебраических объектов, нахождения объектов векторного анализа.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» необходимо для дальнейшего освоения таких дисциплин, как: «Эконометрика», «Теория вероятностей и математическая статистика».

## 1.4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Показатели объема дисциплины	Всего часов по формам обучения		
	Очная	Заочная	Очно-заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	4 ЗЕТ		4 ЗЕТ
Объем дисциплины в часах	144		144
Контактная работа обучающихся с преподавателем (контактные часы), всего	54,35	14,35	32,35
1. Аудиторная работа (Ауд), всего:	52	12	30
в том числе:	-	-	-
лекции, в том числе интерактивные ( )	24(4)	4(2)	12(4)
лабораторные занятия, в том числе	-	-	-

интерактивные ()			
практические (семинарские) занятия, в том числе интерактивные ()	28(16)	8(4)	18 (6)
2.Электронное обучение (Элек.)	-	-	-
3.Индивидуальные консультации (ИК)	-	-	-
4.Контактная работа по промежуточной аттестации (Катт)	-	-	-
5.Консультация перед экзаменом (КЭ)	2	2	2
6.Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии (Каттэк)	0,35	0,35	0,35
Самостоятельная работа (СР). всего:	89,65	129,65	111,65
в том числе:	-	-	-
самостоятельная работа в семестре (СРС)	56	123	78
самостоятельная работа в период экз.сессии (Контроль)	33,65	6,65	33,65

Контактная работа при проведении учебных занятий по дисциплине осуществляется в соответствии с приказом Минобрнауки России от 05.04.2017 № 301 «Об утверждении порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры».

### 1.5 Требования к результатам освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины в соответствии с видами профессиональной деятельности, на которые ориентирована программа бакалавриата, должны быть решены следующие профессиональные задачи и сформированы следующие общекультурные (ОК), общепрофессиональные (ОПК), профессиональные (ПК) компетенции:

#### **ОПК- 2 – способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.**

В результате освоения компетенции **ОПК- 2** студент должен:

- 1. Знать:** способы получения, хранения и переработки информации теоретические и практические аспекты сбора, анализа и обработки информации.
- 2. Уметь:** осуществлять сбор данных и их обработку в соответствии с поставленными экономическими задачами средствами линейной алгебры.
- 3. Владеть:** методологией анализа финансовой информации и навыками принятия профессиональных решений.

### 1.6 Формы контроля

Текущий контроль (контроль самостоятельной работы студента- КСР) осуществляется в процессе освоения дисциплины лектором и преподавателем, ведущим практические занятия в соответствии с календарно-тематическим планом, в объеме часов, запланированных в расчете педагогической нагрузки по дисциплине в виде следующих работ: контрольной работы; проверки расчетно-аналитических домашних и творческих заданий, выполняемых с использованием информационных технологий; тестирования.

Промежуточная аттестация проводится:

для очной формы обучения - во 2 семестре – экзамен,

для заочной формы обучения - во 2 семестре – экзамен.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации формируют рейтинговую оценку работы студента. Распределение баллов при формировании рейтинговой оценки работы студента осуществляется в соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном

бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова». Распределение баллов по отдельным видам работ в процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» осуществляется в соответствии с разделом VIII.

### **1.7. Требования к адаптации учебно-методического обеспечения дисциплины для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Требования к адаптации учебно-методического обеспечения дисциплины для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов определены в Положении об организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В.Плеханова». (<http://www.rea.ru>)

Набор адаптационных методов обучения, процедур текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации осуществляется исходя из специфических особенностей восприятия, переработки материала обучающимися с ограниченными возможностями здоровья с учетом рекомендаций медико-социальной экспертизы, программы реабилитации инвалида с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

## II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание программы учебной дисциплины «Линейная алгебра», описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения ОПОП ВО

Наименование раздела дисциплины (темы)	Содержание	Формируемые компетенции	Образовательные технологии
<i><b>Семестр 2 Раздел 1 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА</b></i>			
<b>Тема 1 Преобразования матриц и системы линейных уравнений</b>	Матрицы. Определитель и элементарные преобразования. Построение определителя разложением по столбцу. Определитель транспонированной матрицы. Вычисление определителя разложением по строке. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования матриц. Обратимость элементарных преобразований. Приведение матриц к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Матричная запись системы уравнений. Свойства арифметических операций над матрицами. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями. Характеристические уравнения матрицы.	ОПК-2	лекция; практическая работа; самостоятельная работа
<b>Тема 2. Ранг матрицы</b>	Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях. Теорема о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.	ОПК-2	лекция; интерактивная лекция; практическая работа; самостоятельная работа
<b>Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений</b>	Векторная запись системы уравнений. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений. Структура множества решений системы линейных уравнений. Теорема о выборе главных и свободных неизвестных. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы. Общее решение систем линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные. Ненулевые решения однородной системы уравнений.	ОПК-2	лекция; практическая работа; самостоятельная работа; интерактивное практическое занятие

**Семестр 2 Раздел 2 ПРИЛОЖЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ**

<p><b>Тема 4 Элементы векторной алгебры</b></p>	<p>Прямоугольная система координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Преобразование координат точки при замене системы координат. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Простейшие свойства линейно зависимых векторов. Базис и координаты векторов. Существование базиса конечномерного пространства. Размерность линейного пространства.</p>	<p align="center">ОПК-2</p>	<p>лекция; интерактивная лекция; практическая работа; самостоятельная работа</p>
<p><b>Тема 5 Элементы аналитической геометрии</b></p>	<p>Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.</p>	<p align="center">ОПК-2</p>	<p>лекция; практическая работа; самостоятельная работа</p>
<p><b>Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике</b></p>	<p>Использование алгебры матриц. Использование систем линейных алгебраических уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Экономико-математическая модель межотраслевого баланса. Применение балансового метода в анализе экономических показателей. Линейная модель торговли. Структурная матрица торговли.</p>	<p align="center">ОПК-2</p>	<p>лекция; практическая работа; самостоятельная работа; интерактивное практическое занятие</p>



### III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» используются следующие образовательные технологии в виде контактной и самостоятельной работы:

#### 1. Стандартные методы обучения:

лекции;

практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, раскрываемые в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;

письменные или устные домашние задания;

расчетно-аналитические, расчетно-графические задания;

консультации преподавателей;

самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение указанных выше письменных или устных заданий, работа с литературой.

#### 2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:

интерактивные лекции;

интерактивные практические занятия.

В процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» используются следующие электронные технологии:

*тесты,*

*off-line (электронная почта) консультации.*

### IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 4.1 Литература

1. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. — Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 370 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-01281-1. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/D57E769B-AD5C-4819-BEA7-3E025A0591EB#page/1>
2. Общий курс высшей математики для экономистов : учебник / под общ. ред. В.И. Ермакова. — Москва : ИНФРА-М, 2010. — 656 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-003986-2. Режим доступа <https://znanium.com/bookread2.php?book=210735>
3. Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - Москва : ИНФРА-М, 2011. - 472 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-004467-5. – Режим доступа <http://znanium.com/bookread2.php?book=221082>

#### Дополнительная литература (Д):

1. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. Режим доступа: <https://znanium.com/read?id=355793>
2. Бортакровский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортакровский, А.В. Пантелеев. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с. (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-010206-1. – Режим доступа <http://znanium.com/bookread2.php?book=476097>
3. Шершнева, В. Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / Шершнева В.Г. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 168 с. (Высшее

образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005479-7. Режим доступа:

<https://znanium.com/read?id=225886>

4. Гулиян, Б. Ш. Математика. Базовый курс : учебник / Б. Ш. Гулиян, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : МФПА, 2011. - 712 с. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-902597-61-2. – Режим доступа:  
<http://znanium.com/bookread.php?book=451279>
5. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б.М. Рудык. - М. : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7.– Режим доступа  
<https://znanium.com/read?id=354894>

#### 4.2 Перечень информационно-справочных систем

1. Справочно-правовая система «КонсультантПлюс» <http://www.consultant.ru>
2. Информационно-правовая система «Гарант» <http://garant.ru>

#### 4.3 Перечень электронно-образовательных ресурсов

1. ЭБС «ИНФРА–М» <http://znanium.com>
2. ЭБС «Лань» [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com)
3. ЭБС BOOK.ru <http://www.book.ru>
4. ЭБС «Лань» Книжная коллекция «Инженерно-технические науки» [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com)
5. Лекториум - просветительский проект: массовые открытые онлайн-курсы, открытый видеоархив лекций вузов России <https://www.lektorium.tv/>
6. Видеолекции <http://vrgteu.ru/course/view.php?id=6680>
7. Компьютерные тестовые задания: система тестирования Indigo.

#### 4.4 Перечень профессиональных баз данных

1. Библиографическая и реферативная база данных Scopus  
<https://www.elsevier.com/solutions/scopus>
2. База данных Research Papers in Economics (самая большая в мире коллекция электронных научных публикаций по экономике включает библиографические описания публикаций, статей, книг и других информационных ресурсов) - <http://www.repec.org>
3. Базы данных официальной статистики Федеральной службы государственной статистики - <http://www.gks.ru>

#### 4.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики РФ (статистические данные) <http://www.gks.ru/>
2. Официальный сайт Министерства экономического развития  
<http://economy.gov.ru/minec/main>
3. Официальный сайт Министерства экономики Краснодарского края  
<http://economy.krasnodar.ru/>
4. Всемирный банк открытых данных <https://datacatalog.worldbank.org/>
5. Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания - полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РАЕ  
<https://monographies.ru/>
6. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) - тематическая электронная библиотека и база данных для исследований и учебных курсов  
<http://www.uirussia.msu.ru/>
7. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru>
8. Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания -полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РАЕ  
<https://www.monographies.ru/>

9. Энциклопедиум [энциклопедии, словари, справочники] - справочный портал <http://enc.biblioclub.ru>
10. ГРАМОТА.РУ - справочно-информационный интернет-портал <http://www.gramota.ru>
11. КиберЛенинка - научная электронная библиотека (журналы) <http://cyberleninka.ru/>
12. Научно-образовательный портал «Экономика и управление на предприятии». БИБЛИОТЕКА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ <http://www.eup.ru>
13. Библиотека статей, рефератов и тестов по теоретическим вопросам менеджмента [Economicus.ru](http://Economicus.ru)
14. Сайт «Компьютерная поддержка учебно-методической деятельности филиала» <http://vrgteu.ru>
15. Единое окно доступа к образовательным ресурсам - федеральная информационная система открытого доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для всех уровней образования: дошкольное, общее, среднее профессиональное, высшее, дополнительное <http://window.edu.ru/>

#### **4.6 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения**

1. Операционная система Windows 10
2. Пакет прикладных программ Office Professional Plus 2010 Rus
3. Антивирусная программа Касперского Kaspersky Endpoint Security для бизнеса-Расширенный Rus Edition
4. PeaZip,
5. Adobe Acrobat Reader DC

#### **4.7 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

### **Раздел I. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

#### **Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений**

**Литература:** О-1, О-3, Д-3, Д-5.

**Вопросы для самопроверки:**

Матрицы и действия с ними.

Свойства операций над матрицами.

Определители.

Свойства определителей.

Обратная матрица и способы ее нахождения.

**Задания для самопроверки:**

**1.** Вычислить определители матриц  $K, F, C, A$ . Провести вычисления непосредственно и с использованием MS Excel.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & -N & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & N & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & N & 4 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 & -N \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Для заданных матриц  $F, A$  (задание 1) найти миноры  $M_{33}, M_{11}, M_{23}$  и алгебраические дополнения  $A_{23}, A_{32}, A_{14}, A_{44}$  соответствующих элементов.

3. Найти неизвестное число  $x$  из уравнений:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

4. Вычислить определитель матрицы  $A$  двумя способами: 1) получением нулей в  $i$ -й строке и разложением по элементам этой строки; 2) получением нулей в  $j$ -м столбце и разложением по элементам этого столбца.

$$i = 2, j = 3, A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & -3 & 3 \\ -4 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определитель четвертого порядка, используя как алгебраические дополнения, так и элементарные преобразования матриц.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

**Рефераты, доклады по теме:**

1. Правила вычисления определителей 1 и 2-го порядков.
2. Правила вычисления определителя 3-го порядка.
3. Правила вычисления определителя  $n$ -го порядка.

## Тема 2. Ранг матрицы

**Литература: О-1, О-2, Д-4.**

**Вопросы для самопроверки:**

1. Ранг матрицы.
2. Ранг ступенчатой матрицы.
3. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях.
4. Теорема о ранге матрицы.
5. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов).
6. Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.

**Задания для самопроверки:**

1. Привести матрицы к каноническому виду, определить базисные миноры и ранги:  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить ранг матриц А и В и ранг их произведения АВ:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
3. Указать те значения параметров р и q, при которых ранг матрицы равен единицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & p \\ 5 & 10 & q \end{pmatrix}$$

4. Определить собственные значения и собственные векторы матриц:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ .
5. Построить матрицу размера  $4 \times 5$ , имеющую ранг  $r = 1$

#### Рефераты, доклады по теме:

1. Методы нахождения ранга матрицы.
2. Понятие базисных миноров.
3. Определение собственного числа, собственного вектора матрицы.
4. Элементы матрицы являющиеся линейно зависимыми и линейно независимыми.

### Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений

#### Литература: О-1, О-3, Д-2.

#### Вопросы для самопроверки:

1. Линейные уравнение с n неизвестными.
2. Образование систем линейных уравнений .
3. Условие совместности и определенности систем линейных уравнений.
4. Матричная запись систем линейных уравнений.
5. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капели.
6. Решение невырожденных линейных систем.
7. Формулы Крамера.
8. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
9. Система однородных линейных уравнений.

#### Задания для самопроверки:

1. Записать системы уравнений в матричной форме. Назвать все составляющие

матричной системы: 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Решить системы уравнений методом (по формулам) Крамера: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 5x + 4y = 17 \end{cases}$$

3. Решить системы уравнений матричным методом (с помощью обратной матрицы):

4. 
$$\begin{cases} 5x + 8y + 6z = 7 \\ 3x + 5y + 4z = 5 \\ 7x + 9y + 4z = 1 \end{cases}$$

5. Определить, является ли система уравнений совместной, и если да, то сколько имеет решений?

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -4 \\ x_1 + 8x_2 + 7x_3 - 7x_4 = 6 \end{cases}$$

**Рефераты, доклады по теме:**

1. Понятие и примеры СЛАУ определенной (неопределенной).
2. Понятие общего, базисного и частного решениями системы.
3. Методы решения совместных неопределенных СЛАУ n-го порядка.
4. Биографии Иоганна Карла Фридриха Гаусса, Мари Энмон Камиль Жордана, Габриэля Крамера.

## Раздел II. ПРИЛОЖЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

### Тема 4 Элементы векторной алгебры

**Литература: О-1, Д-1, Д-2, Д-3.**

**Вопросы для самопроверки:**

1. Векторы. Линейные операции над векторами.
2. Операции и свойства векторов. Скалярное произведение векторов.
3. Норма вектора.
4. Векторное, смешанное произведение векторов и их приложения.
5. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
6. Базис и ранг пространства  $R^n$ . Векторы и матрицы.
7. Ортогональная система векторов.

**Задания для самопроверки:**

Найти линейную комбинацию векторов:  $2\bar{a} + 4\bar{b} - 2\bar{c}$ , где  $\bar{a} = \{4;1;0\}$ ,  $\bar{b} = \{2;1;3\}$ ,  $\bar{c} = \{-1;3;5\}$ .

1. Найти длину вектора:  $\bar{a} = \{2;4;-3;0\}$ .
2. Вычислить длину вектора:  $\bar{c} = \bar{a} - \bar{b}$ , где  $\bar{a} = \{2;3;2\}$ ,  $\bar{b} = \{1;2;2\}$ .
3. Найти линейную комбинацию векторов:  $\bar{d} = (\bar{a}, \bar{b})\bar{c} - \bar{a}$ , где  $\bar{a} = \{1;0;1\}$ ,  $\bar{b} = \{0;2;0\}$ ,  $\bar{c} = \{3;2;1\}$ .
4. Найти длину вектора  $\bar{c} = (\bar{a}, \bar{b})\bar{b}$ , где  $\bar{a} = \{2;1;3\}$ ,  $\bar{b} = \{1;2;-1\}$ .

**Рефераты, доклады по теме:**

1. Условия коллинеарности и параллельности векторов.
2. Условия перпендикулярности векторов.
3. Понятие скалярного произведения векторов.
4. Метод разложения векторов по ортам.
5. Метод нормирования вектора.

### Тема 5. Элементы аналитической геометрии

**Литература: О-1, О-3, Д-4, Д-5.**

### Вопросы для самопроверки:

1. Декартова прямоугольная и полярная системы координат на плоскости.
2. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Угол между прямыми.
4. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
5. Расстояние от точки до прямой.
6. Прямая и плоскость в пространстве  $R^3$ . Расстояние от точки до плоскости.
7. Векторное, параметрическое, каноническое уравнения в пространстве  $R^3$ .

### Задания для самопроверки:

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки  $M_1(1, 2, -1)$ ,  $M_2(2, 2, 3)$ ,  $M_3(1, 0, -2)$ .
2. Найти расстояние от точки  $M(5, 3, 2)$  до плоскости  $2x + 3y + 6z + 4 = 0$ .
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2, -3, 1)$  параллельно плоскости  $5x - 4y + 7z - 43 = 0$ .
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(3, -4, 1)$  перпендикулярно двум плоскостям  $P_1 : 2x - 3y + 4z - 17 = 0$ ,  $P_2 : 5x - y + 2z + 35 = 0$ .
5. Даны общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z + 7 = 0, \\ x + 3y - 4z - 1 = 0. \end{cases}$$

Написать канонические и параметрические уравнения этой прямой.

### Рефераты, доклады по теме:

1. Условия перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.
2. Уравнение прямой в пространстве.
3. Условия перпендикулярности и параллельности двух прямых в пространстве.
4. Условия перпендикулярности и параллельности прямой и плоскости.

## Тема 6. Применение элементов линейной алгебры в экономике

### Литература: О-1, О-3, Д-1

### Вопросы для самопроверки:

1. Использование алгебры матриц.
2. Использование систем линейных алгебраических уравнений.
3. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).
4. Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
5. Применение балансового метода в анализе экономических показателей.
6. Линейная модель торговли.
7. Структурная матрица торговли.

### Задания для самопроверки:

1. Для трехотраслевой экономической системы задана матрица коэффициентов прямых материальных затрат  $A$ , вектор конечной продукции  $Y$  и вектор-строка коэффициентов прямой трудоемкости  $t$ . Найти коэффициенты полных материальных затрат и вектор валовой продукции, заполнить схему межотраслевого материального баланса. Определить коэффициенты полной трудоемкости и составить межотраслевой баланс затрат труда.

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 200 \\ 150 \\ 250 \end{pmatrix} \quad t = (1.2 \quad 1.4 \quad 0.9)$$

2. В таблице приведены коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей на плановый период, усл. ден.ед.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт
		Промышленность	Сельское хозяйство	
Производство	Промышленность	$a$	$b$	$t$
	Сельское хозяйство	$c$	$d$	$f$

Найти:

1. плановые объемы валовой продукции отраслей, межотраслевые поставки, чистую продукцию отраслей;
2. необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление продукции сельского хозяйства увеличится на  $k\%$ , а промышленности на  $l\%$ .

$a$	$b$	$c$	$d$	$t$	$f$	$k$	$l$
0,1	0,3	0,55	0,1	100	400	10	30

### Рефераты, доклады по теме:

1. Анализ балансовой модели.
2. Построение балансовых моделей. Применение формул обращения.
3. Построение балансовых моделей. Разложение в матричный ряд.
4. Понятие структурной матрицы.
5. Биография Рене Декарта и Леона́рда Эйлера.

Учебно-методические материалы для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

Для лиц с нарушениями зрения: в форме электронного документа; в печатной форме увеличенным шрифтом.

Для лиц с нарушениями слуха и нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

### 4.8 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для реализации дисциплины «Линейная алгебра» используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, оборудованные мультимедийным оборудованием (проектор, экран, ноутбук), для занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду филиала.

Освоение дисциплины лицами с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения с учетом рекомендаций медико-социальной экспертизы, программы реабилитации инвалида с учетом индивидуальных психофизических особенностей на основании заявления студента.



## V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Тематический план изучения дисциплины «Линейная алгебра» для студентов очной формы обучения представляет содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием часов и видов занятий, контактной и самостоятельной работы, формы контроля, таблица 5.1:

Таблица 5.1

Наименование разделов и тем	Контактные часы										Самостоятельная работа*			Формы текущего контроля (КСР)
	Аудиторные часы						Индивидуальная консультация, ИК	Контактная работа по промежуточной аттестации, Катт	Консультация перед экзаменом, КЭ	Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии, Каттэ кз				
	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего	в том числе интерактивные формы обучения/часы									
					лекции	практические занятия								
<b>Семестр 2 Раздел 1. Линейная алгебра</b>														
Тема 1 Преобразования матриц и системы линейных уравнений	4	4	0	8							Лит, П.з.	10		входной контроль ПР
Тема 2. Ранг матрицы	4	2	0	6	Ил/2						Лит, П.з.	10		УоИл, ПР
Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений	4	8	0	12		Ипр/6					Лит, П.з.	10		К.Р. ОИпр ПР
<b>Семестр 2 Раздел 2 Приложения линейной алгебры</b>														
Тема 4 Элементы векторной алгебры	4	2	0	6	Ил/2						Лит, П.з.	10		УоИл, ПР

Тема 5 Элементы аналитической геометрии	4	2	0	6							Лит, П.з.	10		К.Р. Тест ПР
Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике	4	10	0	14		Ипр/ 10					Лит, П.з.	6		ОИпр ПР
Всего	24	28	0	52	4	16	-	-	2	0,35	-	56	33,65	экзамен
<b>Всего по дисциплине</b>	-	-	-	52	-	-	-	-	2	0,35	-	56	33,65	144

Тематический план изучения дисциплины «Линейная алгебра» для студентов **заочной формы обучения** представляет содержание учебной дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием часов и видов занятий, контактной и самостоятельной работы, формы контроля, таблица 5.2

Таблица 5.2

Наименование разделов и тем	Контактные часы										Самостоятельная работа*			Формы текущего контроля (КСР)
	Аудиторные часы					Индивидуальная консультация, <b>ИК</b>	Контактная работа по промежуточной аттестации, <b>Катт</b>	Консультация перед экзаменом, <b>КЭ</b>	Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии, <b>Каттэ кз</b>					
	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего	в том числе интерактивные формы обучения/часы									
					лекции					практические занятия				
<b>Семестр 2 Раздел 1. Линейная алгебра</b>														
Тема 1 Преобразования матриц и системы линейных уравнений	0	2	0	2							Лит	20		

Тема 2. Ранг матрицы	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>2</i>							<i>Лит</i>	<i>20</i>		<i>К.Р.</i>	
Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>2</i>		<i>Ипр/2</i>					<i>Лит</i>	<i>20</i>			
<b><i>Семестр 2 Раздел 2 Приложения линейной алгебры</i></b>															
Тема 4 Элементы векторной алгебры	<i>0</i>	<i>2</i>	<i>0</i>	<i>2</i>							<i>Лит</i>	<i>20</i>			
Тема 5 Элементы аналитической геометрии	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>2</i>							<i>Лит</i>	<i>20</i>			
Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>2</i>	<i>Ил/2</i>	<i>Ипр/2</i>					<i>Лит</i>	<i>23</i>			
<b>Всего</b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>8</i></b>	<b><i>0</i></b>	<b><i>12</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>0,35</i></b>	<b>-</b>	<b><i>123</i></b>	<b><i>6,65</i></b>	<i>экзамен</i>	
<b>Всего по дисциплине</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b><i>12</i></b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>0,35</i></b>	<b>-</b>	<b><i>123</i></b>	<b><i>6,65</i></b>	<i>144</i>	

\*Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине «Линейная алгебра» определены в «Методическом пособии по проведению практических занятий и организации самостоятельной работы по дисциплине «Линейная алгебра» для студентов направления подготовки программы бакалавриата 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) «Финансы и кредит».

Сокращения, используемые в Тематическом плане изучения дисциплины, таблица 5.4

Таблица 5.4

Сокращение	Вид работы
К.Р.	Контрольная работа
Тест	Тестирование
Ил	Интерактивная лекция
Ипр	Интерактивное практическое занятие
УоИл	Устный опрос по материалам интерактивной лекции
ОИпр	Оценка работы студента на интерактивном практическом занятии
Лит	Работа с учебной и научной литературой
П.з.	Письменные задания- выполнение письменной домашней работы, подготовка рефератов, докладов рефератов
ПР	Оценка презентаций рефератов, докладов, эссе, разбора и решения задач повышенной сложности

## VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства по дисциплине «Линейная алгебра» разработаны в соответствии с требованиями Положения «О фонде оценочных средств в ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В.Плеханова». Оценочные средства хранятся на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины.

Планируемые результаты обучения студентов по дисциплине «Линейная алгебра» представлены в разделе II «Содержание программы учебной дисциплины».

Типовые контрольные задания по дисциплине «Линейная алгебра», необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности включают в себя:

### 1. Тематика курсовых работ

Курсовая работа по дисциплине «Линейная алгебра» учебным планом не предусмотрена.

### 2. Вопросы к экзамену

#### Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра» во 2 семестре

Номер вопроса	Перечень вопросов к экзамену
1.	Матрицы, основные понятия.
2.	Операции над матрицами.
3.	Свойства операций над матрицами.
4.	Определители, понятия виды.
5.	Определители 2 и 3 порядка.
6.	Определители высших порядков.

7.	Свойства определителей.
8.	Обратная матрица.
9.	Способы нахождения обратной матрицы. Формула для вычисления обратной матрицы.
10.	Вычисление обратной матрицы с помощью построения.
11.	Ранг матрицы.
12.	Способы вычисления рангов матриц.
13.	Системы линейных уравнений, основные понятия.
14.	Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
15.	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16.	Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
17.	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
18.	Решение линейных однородных систем уравнений.
19.	Векторы основные понятия.
20.	Векторы и линейные операции над ними.
21.	Проекция вектора на ось.
22.	Разложение вектора по ортам координатных осей.
23.	Модуль вектора. Направляющие косинусы.
24.	Определение скалярного произведения.
25.	Скалярное произведение векторов и его свойства.
26.	Выражение скалярного произведения через координаты.
27.	Приложения скалярного произведения.
28.	Определение векторного произведения.
29.	Векторное произведение векторов и его свойства.
30.	Выражение векторного произведения через координаты.
31.	Приложения векторного произведения.
32.	Определение смешанного произведения.
33.	Смешанное произведение векторов и его свойства.
34.	Выражение смешанного произведения через координаты.
35.	Некоторые приложения смешанного произведения.
36.	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
37.	Ортогональная система векторов.
38.	Базис пространства.
39.	Разложение вектора по произвольному базису.
40.	Собственные значения и собственные векторы матрицы.
41.	Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
42.	Ортогональные и симметрические матрицы.
43.	Квадратичные формы.
44.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
45.	Определение положительной и отрицательной квадратичной формы.
46.	Линии на плоскости.
47.	Основные понятия линии.
48.	Различные виды уравнений прямой на плоскости.
49.	Прямая линия на плоскости. Различные виды задач.
50.	Линии второго порядка на плоскости.
51.	Основные понятия общего уравнения линии второго порядка.

52.	Окружность уравнения понятия, свойства.
53.	Эллипс уравнения понятия, свойства.
54.	Гипербола уравнения понятия, свойства.
55.	Парабола уравнения понятия, свойства.
56.	Уравнение поверхности и линии в пространстве.
57.	Основные понятия. Уравнение плоскости в пространстве.
58.	Плоскость. Основные задачи.
59.	Уравнение прямой в пространстве. Понятия.
60.	Уравнения прямых в пространстве. Основные задачи.
61.	Прямая и плоскость в пространстве. Понятия.
62.	Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.
63.	Балансовый метод анализа экономических показателей.
64.	Экономико-математическая модель межотраслевого баланса.
65.	Задачи межотраслевого баланса.
66.	Понятие и анализ балансовой модели.
67.	Построение балансовых моделей.
68.	Задачи на построение балансовых моделей.
69.	Применение формул обращения.
70.	Построение балансовых моделей.
71.	Понятие структурной матрицы.
72.	Задачи приводящие к структурным моделям.

### Практические задания к экзамену

Номер вопроса	Практические задания к экзамену														
1.	Найти линейную комбинацию векторов: $2\bar{a} + 4\bar{b} - 2\bar{c}$ , где $\bar{a} = (4, 1, 0)$ , $\bar{b} = (2, 1, 3)$ , $\bar{c} = (-1, 3, 5)$														
2.	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$ Найти общее решение и одно частное решение.														
3.	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$														
4.	<p>Даны координаты точек <math>A_1, A_2, A_3, A_4, B</math> в системе координат <math>OXYZ</math>. Найти координаты векторов <math>\overline{A_1A_2} = \bar{a}_1</math>, <math>\overline{A_1A_3} = \bar{a}_2</math>, <math>\overline{A_1A_4} = \bar{a}_3</math>, <math>A_1B = \bar{b}</math>. Проверить, что векторы <math>(a_1, a_2, a_3)</math> образуют базис и найти разложение вектора <math>\bar{b}</math> по этому базису.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th><math>A_1</math></th> <th><math>A_2</math></th> <th><math>A_3</math></th> <th><math>A_4</math></th> <th><math>B</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(0; -4; -6)</td> <td>(2; -5; -4)</td> <td>(5; -5; -10)</td> <td>(5; -1; -12)</td> <td>(7; 6; -14)</td> </tr> </tbody> </table>					$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B$	(0; -4; -6)	(2; -5; -4)	(5; -5; -10)	(5; -1; -12)	(7; 6; -14)
$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B$											
(0; -4; -6)	(2; -5; -4)	(5; -5; -10)	(5; -1; -12)	(7; 6; -14)											
5.	<p>Даны координаты точек <math>A_1, A_2, A_3, A_4, B</math> в системе координат <math>OXYZ</math>. Найти координаты векторов <math>\overline{A_1A_2} = \bar{a}_1</math>, <math>\overline{A_1A_3} = \bar{a}_2</math>, <math>\overline{A_1A_4} = \bar{a}_3</math>, <math>A_1B = \bar{b}</math>. Проверить, что векторы <math>(a_1, a_2, a_3)</math> образуют базис и найти разложение вектора <math>\bar{b}</math> по этому базису.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th><math>A_1</math></th> <th><math>A_2</math></th> <th><math>A_3</math></th> <th><math>A_4</math></th> <th><math>B</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(1; 1; 1)</td> <td>(3; 6; 7)</td> <td>(1; 5; 3)</td> <td>(0; 4; -1)</td> <td>(0; 7; 3)</td> </tr> </tbody> </table>					$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B$	(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)
$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B$											
(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)											

6.	$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ Найти собственные числа и собственные вектора матрицы $A$ .
7.	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек: $A(-1;2)$ , $B(3;-2)$ , $C(0;1)$ ; Найти: координаты вектора $\overline{CA}$ ; длину отрезка $AB$ ; площадь треугольника $ABC$ ; угол $B$ .
8.	Найти общее решение и одно частное решение. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$
9.	Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ 6 & -2 & -10 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
10.	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
11.	Вычислить ранг заданной матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$
12.	В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов: $\overline{a}(2;-1;3), \overline{b}(-1;2;-2), \overline{c}(0;3;-2);$ Найти координаты векторов $3\overline{a} + 2\overline{b} - \overline{c}$ , $\overline{b}(\overline{ac})$ . Вычислить $\overline{a}^2 + \overline{b}^2 - \overline{bc}$ ; $\overline{abc}$ . Найти косинус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$ .
13.	Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить методом Крамера. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$
14.	Выяснить является ли данная система векторов $A_1(1,2,3)$ , $A_2(2,-1,1)$ , $A_3(1,3,4)$ линейно зависимой или линейно независимой, найти разложение вектора $B(1,4,-1)$ заданным векторам.
15.	Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$ , такие что $A(-4;2;6)$ , $B(2;-3;0)$ , $C(-10;5;8)$ , $D(-5;2;-4)$ . Найти: длину ребра $AB$ , $AC$ , $BC$ и угол между ребрами $AB$ и $AD$
16.	Найти матрицу из уравнения $X \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

17.	Решить систему линейных уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$
18.	В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов: $\bar{a} (2;1;3)$ , $\bar{b} (1;2;-2)$ , $\bar{c} (3;3;-2)$ ; 1. Найти координаты векторов $2\bar{a} + 5\bar{b} - \bar{c}$ , $\bar{b}(\bar{a}\bar{c})$ . 2. Вычислить $\bar{a}^2 + \bar{b}^2 - \bar{b}\bar{c}$ ; $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ . 3. Найти косинус угла между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ .
19.	Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить средствами матричного исчисления. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$
20.	Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$ , такие что $A(4;2;5)$ , $B(0;7;2)$ , $C(0;2;-7)$ , $D(1;5;0)$ . Найти: длины ребер пирамиды $AB$ , $AC$ , $AD$ , угол между ребрами $AB$ и $BC$
21.	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек: $A(2;1)$ , $B(1;4)$ , $C(1;5)$ ; Найти: координаты вектора $\overline{CA}$ ; длину отрезка $AB$ ; площадь треугольника $ABC$ ; угол $B$ .
22.	Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Доказать совместность этой системы и решить ее матричным методом. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -14. \end{cases}$
23.	Найти скалярное произведение векторов $a = 3i - 2j + k$ , $b = 4j - 5k$ .
24.	Найти ранг произведения матриц $AB$ , если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 & 8 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Доказать совместность этой системы и решить ее матричным методом. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -14. \end{cases}$
25.	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(3;2)$ , $B(-1;2)$ , $C(4;-3)$ ; Найти:



	уравнения сторон треугольника; уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; уравнение медианы CD; уравнение высоты AE;
26.	Решить систему линейных уравнений методом Жордана-Гаусса $\begin{cases} 2x + y + z = 3; \\ 5x - 2y + 3z = 0; \\ x + 2z = 5. \end{cases}$
27.	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(1;7), B(-1;1), C(2;-3)$ ; Найти: уравнения сторон треугольника; уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; уравнение медианы CD; уравнение высоты AE;
28.	На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(1;7), B(-1;1), C(2;-3)$ ; Найти: уравнения сторон треугольника; уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; уравнение медианы CD; уравнение высоты AE;
29.	Решить систему линейных уравнений методом Гусса $\begin{cases} 2x + y + z = 3; \\ 5x - 2y + 3z = 0; \\ x + 2z = 5. \end{cases}$
30.	Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
31.	Решить систему линейных уравнений методом Крамера $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x + 3y + z = -1 \\ x - y + 2z = 6 \end{cases}$
32.	Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить методом Крамера. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$
33.	Выяснить является ли данная система векторов $A_1(1,2,3), A_2(2,-1,1), A_3(1,3,4)$ линейно зависимой или линейно независимой, найти разложение вектора $B(1,4,-1)$ заданным векторам.
34.	Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$ , такие что $A(-4;2;6), B(2;-3;0)$ ,

	$C(-10;5;8), D(-5;2;-4)$ . Найти: длину ребра $AB, AC, BC$ и угол между ребрами $AB$ и $AD$
<b>35.</b>	В пространстве относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов: $\bar{a}(2;1;3), \bar{b}(1;2;-2), \bar{c}(3;3;-2)$ ; 1. Найти координаты векторов $2\bar{a} + 5\bar{b} - \bar{c}, \bar{b}(\bar{a}\bar{c})$ . 2. Вычислить $\bar{a}^2 + \bar{b}^2 - \bar{b}\bar{c}; \bar{a}\bar{b}\bar{c}$ . 3. Найти косинус угла между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ .
<b>36.</b>	Решить систему линейных уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$

Пример экзаменационного билета по дисциплине «Линейная алгебра» представлен в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

#### 4. Типовые задания к практическим (семинарским) занятиям

##### Индивидуальные задания:

##### Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений

1. Вычислить определители матриц  $K, F, C, A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & -N & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & N & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & N & 4 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 & -N \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Для заданных матриц  $F, A$  (задание 1) найти миноры  $M_{33}, M_{11}, M_{23}$  и алгебраические дополнения  $A_{23}, A_{32}, A_{14}, A_{44}$  соответствующих элементов.

3. Найти неизвестное число  $x$  из уравнений:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

3. Решить матричные уравнения:

$$5 \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & N & 2 \end{pmatrix} + 2X - \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & N & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = O$$

#### Тема 2. Ранг матрицы

1. Решить матричное уравнение: а) методом Гаусса (элементарными преобразованиями); б) вычисляя (если это возможно) обратную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. С первого склада каждому из трех получателей отправлено по  $x$  единиц груза, со второго склада – по  $y$  единиц, с третьего – по  $z$  единиц груза.

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица транспортных расходов ( $a_{ij}$  – затраты на перевозку единицы груза с  $i$ -го склада  $j$ -му получателю). Определить  $x, y, z$  если первый получатель затратил на перевозку  $b_1$ , второй –  $b_2$ , третий –  $b_3$  денежных единиц. Найти решение системы методом Крамера.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = (10 \quad 17 \quad 17)$$

### Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений

1. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместимость и найти решение, если она совместна, методом Гаусса. Выполнить проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Заданы затраты трех видов сырья ( $S_1, S_2, S_3$ ) на производство каждого из трех видов продукции ( $P_1, P_2, P_3$ ) и количество каждого вида сырья.

$P_k$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	Запасы сырья
$S_i$				
$S_1$	$6\alpha$	$4\alpha$	$5\alpha$	$48\beta$
$S_2$	$4\alpha$	$3\alpha$	$\alpha$	$29\beta$
$S_3$	$5\alpha$	$2$	$3\alpha$	$31\beta$

Требуется определить план производства, который бы обеспечил полное использование сырья.

3. На базе находится товар трех видов А, В, С, которым она снабжает ларьки, магазины и универмаги. За определенный период торговые организации могут реализовать товар в количестве, указанном в таблице. Сколько ларьков, магазинов и универмагов может обеспечить база, чтобы полностью продать товар. Решение найти методом Жордана – Гаусса.

товар	ларек	магазин	универмаг	количество товара на базе
А	$m-2$	$m-1$	$m+4$	$n-2$
В	$m+1$	$m$	$m+7$	$n+9$

C	m	m+2	m+1	n+5
---	---	-----	-----	-----

4. Решить системы методом Жордана - Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14. \end{cases}$$

5. Найти общее решение для каждой из данных систем и проанализировать его структуру (указать базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства, выделить частное решение неоднородной системы).

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

#### Тема 4 Элементы векторной алгебры

1. Даны координаты точек  $A_1, A_2, A_3, A_4, B$  в системе координат  $OXYZ$ . Найти координаты векторов  $\overline{A_1A_2} = \overline{a_1}$ ,  $\overline{A_1A_3} = \overline{a_2}$ ,  $\overline{A_1A_4} = \overline{a_3}$ ,  $A_1B = \overline{b}$ . Проверить, что векторы  $(\overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$  образуют базис и найти разложение вектора  $\overline{b}$  по этому базису.

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B$
(1; 1; 1)	(3; 6; 7)	(1; 5; 3)	(0; 4; -1)	(0; 7; 3)

2. Дана система векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ , в которой  $\alpha_3 = (0; 1; 1; 2)$ ,  $\alpha_4 = (1; 1; 1; 3)$ ,  $\alpha_5 = (1; 0; 1; 2)$ . Дополнить линейно независимую часть  $\alpha_1, \alpha_2$  до базиса системы векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$  и все векторы, не вошедшие в базис, разложить по базису.

$\alpha_1$	$\alpha_2$
(2; -4; 5; 3)	(12; 2; -5; 9)

#### Тема 5. Элементы аналитической геометрии

1. На плоскости относительно некоторого базиса даны координаты трех векторов:

при  $N$  – четном:  $\overline{a} \left( \frac{N+4}{2}; 1 \right)$ ,  $\overline{b} \left( \frac{N-4}{2}; 2 \right)$ ,  $\overline{c} \left( \frac{N-10}{2}; 3 \right)$ ;

при  $N$  – нечетном:  $\overline{a} \left( \frac{N+7}{2}; 2 \right)$ ,  $\overline{b} \left( \frac{N-5}{2}; 3 \right)$ ,  $\overline{c} \left( \frac{N-11}{2}; 1 \right)$ .  $N=2$

1. Найти координаты векторов  $\overline{a} - 2\overline{b} + \overline{c}$ ;  $2\overline{a} + \overline{b} - 3\overline{c}$ .

2. Проверить, что векторы  $\overline{a}$  и  $\overline{b}$  образуют базис на плоскости. Найти координаты вектора  $\overline{c}$  в этом базисе.

3. Определить при каком значении параметра  $\alpha$  векторы  $\vec{a}$  и  $m(-2; \alpha)$  будут коллинеарными.

4. Найти координаты вектора  $\vec{b}(\vec{ac}) - \vec{c}(\vec{ab})$ .

5. Вычислить  $\vec{a}^2 - \vec{bc}$ ,  $\vec{b}^2 + (\vec{a} + 3\vec{c})\vec{b}$ .

6. Найти косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

2. Относительно декартовой системы координат даны координаты точки:

при  $N$  – четном:  $A\left(\frac{N}{2}; \frac{N+2}{2}\right)$ ;      при  $N$  – нечетном:  $A\left(\frac{N+3}{2}; \frac{5-N}{2}\right)$ .

Найти:

1. угловой коэффициент прямой  $l_1$ , проходящей через точку  $A$  параллельно вектору  $\vec{a}(1;3)$ ;
2. уравнение прямой  $l_2$ , проходящей через точку  $A$  под углом  $\frac{\pi}{4}$  к прямой  $l_1$ ;
3. уравнение прямой  $l_3$ , проходящей через точку  $A$  и отсекающей на осях координат равные отрезки;
4. косинус угла между прямыми  $l_1$  и  $l_3$ ;
5. уравнения прямых  $l_4$  и  $l_4'$ , проходящих через начало координат параллельно прямой  $l_2$ ;
6. расстояние между прямыми  $l_2$  и  $l_4$ ;
7. координаты точки  $B$  пересечения прямых  $l_3$  и  $l_4$ ;
8. расстояние от точки  $B$  до прямой  $l_1$ .

### Тема 6. Применение элементов линейной алгебры в экономике

В таблице приведены данные о дневной производительности 5 предприятий, выпускающих 4 вида продукции с потреблением 3-х видов сырья, а также продолжительность работы каждого предприятия в году и цена каждого вида сырья.

Вид изделия №	Производительность предприятий, изд./день					Затраты видов сырья изделия, ед. веса/изд.		
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	4	5	8	6
	Количество рабочих дней в году					Цена видов сырья		
	1	2	3	4	5	1	2	3
	200	150	170	120	140	40	50	60

Требуется определить:

- 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий;
- 2) годовую потребность каждого предприятия по каждому виду сырья;
- 3) годовую сумму кредитования каждого предприятия для закупки сырья, необходимого для выпуска продукции указанных видов и количеств.
- 4) По данным таблицы составить новую таблицу по следующим условиям:
  - дневная производительность всех предприятий увеличивается на 100%;
  - число рабочих дней в году для 1-го предприятия увеличивается на 50%, а для остальных – на 40%;
  - цены на виды сырья уменьшаются соответственно на 10, 20 и 30%.

Определить суммы кредитования предприятий и их соответствующие процентные изменения.

**Задание для контрольной работы:**

**Пример контрольной работы к теме 3 «Структура множества решений системы линейных уравнений»**

Вариант 1

В таблице приведены данные по балансу за некоторый промежуток времени между тремя отраслями промышленности. Составить математическую модель задачи. Решить задачу одним из методов: Крамера, обратной матрицы, Гаусса, Жордана – Гаусса.

	Потребление			Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	2	3		
1	20	35	5	40	100
2	20	10	10	60	100
3	20	15	5	10	50

$$y_1 = 60, y_2 = 70, y_3 = 30$$

Вариант 2

В таблице приведены данные по балансу за некоторый промежуток времени между тремя отраслями промышленности. Составить математическую модель задачи. Решить задачу одним из методов: Крамера, обратной матрицы, Гаусса, Жордана – Гаусса.

	Потребление			Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	2	3		
1	5	15	20	60	100
2	20	5	35	40	100
3	10	10	20	10	50

$$y_1 = 70, y_2 = 60, y_3 = 30$$

**Пример контрольной работы к теме 5 «Элементы аналитической геометрии»**

Вариант 1

- Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ , такие что  $A(4;2;5)$ ,  $B(0;7;2)$ ,  $C(0;2;-7)$ ,  $D(1;5;0)$ . Найти: 1) длины ребер пирамиды  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ ; 2) угол между ребрами  $AB$  и  $AD$ ; 3) площадь грани  $ABC$ ; 4) объем пирамиды.
- Даны векторы:  $\vec{a} = \{1, -1, 2\}$ ,  $\vec{b} = \{-3, 1, 0\}$ ,  $\vec{c} = \{2, 3, 1\}$  и  $\vec{d} = \{7, 0, 5\}$ . Доказать, что векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  линейно независимы и найти разложение вектора  $\vec{d}$  по векторам  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

Вариант 2

- Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ , такие что  $A(4;2;5)$ ,  $B(0;7;2)$ ,  $C(0;2;-7)$ ,  $D(1;5;0)$ . Найти: 1) длины ребер пирамиды  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ ; 2) угол между ребрами  $AB$  и  $AD$ ; 3) площадь грани  $ABC$ ; 4) объем пирамиды.

2. Даны векторы:  $\bar{a} = \{-1, 1, 2\}$ ,  $\bar{b} = \{-3, 1, 0\}$ ,  $\bar{c} = \{-2, 3, 1\}$  и  $\bar{d} = \{1, 2, -3\}$ . Доказать, что векторы  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  линейно независимы и найти разложение вектора  $\bar{d}$  по векторам  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ .

## 5. Типовые задания к интерактивным занятиям

Интерактивные занятия по дисциплине «Линейная алгебра» проводятся в форме интерактивных лекций и практических занятий. Согласно тематического плана интерактивные лекции запланированы по теме 2 «Ранг матрицы» и по теме 4 «Элементы векторной алгебры» (лекция-визуализация), а так же интерактивные практические занятия по теме 3 «Структура множества решений системы линейных уравнений» (*технологии теории развивающей кооперации*), теме 6 «Применение элементов линейной алгебры в экономике» (анализ ситуационной задачи).

### **Пример по теме 4 «Элементы векторной алгебры» (лекция-визуализация)**

Данный вид лекции является результатом нового использования принципа наглядности. Подготовка данной лекции преподавателем состоит в том, чтобы изменить, переконструировать учебную информацию по теме лекционного занятия в визуальную форму для представления студентам через технические средства обучения. Чтение лекции сводится к связному, развернутому комментированию преподавателем подготовленных наглядных материалов, полностью раскрывающему тему данной лекции. Лучше всего использовать разные виды визуализации - натуральные, изобразительные, символические, - каждый из которых или их сочетание выбирается в зависимости от содержания учебного материала. Этот вид лекции лучше всего использовать на этапе введения слушателей в новый раздел, тему, дисциплину.

*Сценарий подготовки к интерактивной лекции:*

1. Разработка визуальных материалов на основе презентаций.
2. Подготовка визуальных примеров, для лучшего восприятия обучающимися.
3. Обсуждение с обучающимися визуальных объектов и определение векторов в различных областях науки.

### **Пример по тема 3 « Структура множества решений системы линейных уравнений»**

*Методические указания по проведению практического занятия с использованием интерактивной технологии теории развивающей кооперации:*

**Технология развивающей кооперации** – межличностные коммуникации, в основе которых берется способность индивида встать на позицию другого человека или группы людей, и только с этой позиции оценить свои собственные действия.

#### **1. Цель:**

- формирование умений решать задачи;
- развитие у студентов навыков объяснения полученных результатов;
- создание условий для реализации интеллектуального и научного потенциалов и расширение опыта социального взаимодействия в группе;
- достижение более прочного закрепления знаний:  
формирование профессиональных компетенций

#### **2. Основные этапы**

**1 этап – подготовительный.** Преподаватель подготавливает карточки, в которых могут быть две или три задачи. Количество карточек должно соответствовать числу студентов в группе поделенное на четыре, если в группе более 12 человек; на 2 если менее 12 человек. Возможно наличие нескольких лишних карточек. В каждой карточке должны быть разные задачи, которые могут различаться по уровню сложности (задачи повышенной сложности, средней сложности, базового уровня).

**2 этап – организационный.** Формируются малые группы. Оптимальное количество групп – три. Обязательным является то, что в группе должно быть четное число студентов. Группы могут различаться уровнем обученности студентов по данной теме (высокий уровень; средний уровень; низкий уровень). На данном этапе каждая группа выбирает руководителя группы.

**3 этап – индивидуальный.** Каждый студент выполняет задания своей карточки самостоятельно. В случае затруднения, можно воспользоваться помощью преподавателя, либо тех студентов, которые решили свои задачи. Помощь может оказываться любым студентом не зависимо от того из какой он группы. Этап длится до полного выполнения заданий всеми студентами.

**4 этап – парный.** Студенты разбиваются попарно внутри каждой группы. Работа в паре проходит следующим образом. Один из студентов объясняет решение первой задачи своему партнеру. Второй слушает, осмысливает, задает вопросы. Затем они меняются ролями.

**5 этап – межгрупповой.** На данном этапе каждая группа передает другой группе свои задачи на проверку. Составляется таблица оценки решенных задач.

**6 этап – групповой.** Работа всех групп вместе. Каждая группа озвучивает результаты своей проверки по другой группе. Преподаватель выставляет набранные баллы каждой группе. Возможны следующие варианты:

	Проверяющая группа	Проверяемая группа	Баллы, проверяемой группы	Баллы, проверяющей группы
1	Верно	Решено верно	1	1
2	Не верно	Решено не верно	0	1
3	Верно	Решено не верно	1	0

**7 этап – рефлексивный.** Подводятся итоги. Преподаватель выставляет каждому студенту оценку. Проводится анализ практического занятия.

## ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

*Примечание: максимальное количество карточек 5, включающих в себя две задачи (средней сложности, базового уровня).*

### Задачи базового уровня

**Задание 1.** Записать системы уравнений в матричной форме. Назвать все составляющие матричной системы 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$$

**Задание 2.** Решить системы уравнений методом (по формулам) Крамера



$$\begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 5x + 4y = 17 \end{cases}$$

**Задание 3.** Решить системы уравнений матричным методом (с помощью обратной матрицы)

$$\begin{cases} 5x + 8y + 6z = 7 \\ 3x + 5y + 4z = 5 \\ 7x + 9y + 4z = 1 \end{cases}$$

**Задание 4.** Определить, является ли система уравнений совместной, и если да, то сколько

имеет решений?

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -4 \\ x_1 + 8x_2 + 7x_3 - 7x_4 = 6 \end{cases}$$

**Задание 5.** Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \end{cases}$$

### Задачи средней сложности

**Задание 1.** Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместимость и найти решение, если она совместна, методом Гаусса. Выполнить проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -6 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

**Задание 2.** Заданы затраты трех видов сырья ( $S_1, S_2, S_3$ ) на производство каждого из трех видов продукции ( $P_1, P_2, P_3$ ) и количество каждого вида сырья.

$S_i \backslash P_k$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	Запасы сырья
$S_1$	$6\alpha$	$4\alpha$	$5\alpha$	$48\beta$
$S_2$	$4\alpha$	$3\alpha$	$\alpha$	$29\beta$
$S_3$	$5\alpha$	2	$3\alpha$	$31\beta$

Требуется определить план производства, который бы обеспечил полное использование сырья.

**Задание 3.** На базе находится товар трех видов А, В, С, которым она снабжает ларьки, магазины и универмаги. За определенный период торговые организации могут реализовать товар в количестве, указанном в таблице. Сколько ларьков, магазинов и универмагов может обеспечить база, чтобы полностью продать товар. Решение найти методом Жордана – Гаусса.

товар	ларек	магазин	универмаг	количество
-------	-------	---------	-----------	------------

				товара на базе
A	m-2	m-1	m+4	n-2
B	m+1	m	m+7	n+9
C	m	m+2	m+1	n+5

**Задание 4.** Решить системы методом Жордана - Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14. \end{cases}$$

**Задание 5.** Найти общее решение для каждой из данных систем и проанализировать его структуру (указать базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства, выделить частное решение неоднородной системы).

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 &= 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 &= 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 &= 0 \end{aligned}$$

**Пример по теме 6 «Применение элементов линейной алгебры в экономике»**  
(Анализ ситуационной задачи)

*Подготовительный этап:* студентам выдается задание: изучить линейные балансовые модели и способы их формирования (для практического занятия по теме «Линейные балансовые модели») провести обзор работы с полученными данными и способам построения, используя рекомендуемые литературные источники.

*Основной этап:* группа разбивается на команды. Преподаватель предлагает решить следующую задачу:

Формулировка задачи (по теме «Линейные балансовые модели») В таблице приведены данные по балансу за некоторый промежуток времени между тремя отраслями промышленности. Найти: 1) векторы конечного потребления и валового выпуска, 2) матрицу коэффициентов прямых затрат, 3) определить является ли она продуктивной, используя два критерия продуктивности. 4) Объём валового выпуска каждого вида продукции, если конечное потребление по отраслям возрастет соответственно до  $y_1, y_2, y_3$  условных денежных единиц. Решить задачу одним из методов: Крамера, обратной матрицы, Гаусса. Жордана – Гаусса. 5) Определить процентные изменения валовых выпусков, необходимых для обеспечения заданного увеличения компонент вектора конечного продукта.

	Потребление			Конечный продукт	Валовой выпуск
	0	5		40	100
	0	0	0	60	100
	0	5		10	50

$$y_1 = 60, y_2 = 70, y_3 = 30$$

*Оценочный этап:* представитель каждой команды оглашает свое решение; проходит групповое обсуждение представленных решений и определяется лучший ответ, преподаватель объявляет оценки результатов работы.

## 6. Примеры тестов для контроля знаний

В каждом задании необходимо выбрать верный вариант ответа.

### *Пример тестового задания по тем5 «Элементы аналитической геометрии»*

1. Прямая проходит через точки  $O(0,0)$  и  $B(-2,1)$ . Тогда её угловой коэффициент равен...

-2;

2;

$\frac{1}{2}$ ;

$-\frac{1}{2}$ .

2. Даны точки  $A(2;3)$  и  $B(-6;5)$ . Тогда координаты середины отрезка  $AB$  равны... Варианты ответов

$(-4;8)$ ;

$(-4;1)$ ;

$(-2;8)$ ;

$(-2;4)$ .

3. Общее уравнение прямой, проходящей через точки с координатами  $(1;-2)$  и  $(3;4)$ , имеет вид...

$3x - y - 5 = 0$ ;

$2x + 4y - 1 = 0$ ;

$3x - 2y + 4 = 0$ ;

$-2x - 3y + 1 = 0$ .

4. Длина ребра куба, объем которого равен объему параллелепипеда, построенного на

векторах  $\vec{a} = -i + k$ ,  $\vec{b} = i + j + 2k$ ,  $\vec{c} = 2i - j + 3k$ , равна ...

64;

8;

16;

2.

5. На векторах  $(2\vec{m} + 3\vec{n})$  и  $(\vec{m} - \vec{n})$ , как на сторонах построен параллелограмм. То площадь  $S$  параллелограмма равна...

$S = 5\vec{n} \times \vec{m}$ ;

$S = |2\vec{m}^{-2} + 5\vec{n} \times \vec{m} - 3\vec{n}^{-2}|$ ;

$S = |\vec{n} \times \vec{m}|$ ;

$= S = 5|\vec{n} \times \vec{m}|$ .

6. Плоскости  $mx + 2y - 3z - 8 = 0$  и  $3x - 5y - nz + 4 = 0$  параллельны при значениях  $m$  и  $n$  равных...

$$m = -\frac{6}{5}; n = -\frac{15}{2};$$

$$m = 3; n = 3;$$

$$= m = -\frac{6}{5}; n = \frac{15}{2};$$

$$m = -\frac{5}{6}; n = -\frac{2}{15}.$$

7. Уравнение прямой, проходящей через точку  $N(2;0;1)$  перпендикулярно плоскости  $2x+3y-z+5=0$ , имеет вид...

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5};$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{-z+1}{1};$$

$$= \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1};$$

$$\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}.$$

8. Уравнение плоскости проходящей через ось  $Oz$  и точку  $M(-2;3;-5)$  имеет вид...

$$3x - 2y = 0;$$

$$= 3x + 2y = 0;$$

$$z + 5 = 0;$$

$$x + y + z + 4 = 0.$$

9. Острый угол между прямыми  $l_1 : 2x - y + 4 = 0$  и  $l_2 : -3x - y + 3 = 0$  равен...

$$\frac{3\pi}{4};$$

$$\frac{-2\pi}{3};$$

$$\frac{-\pi}{4};$$

$$= \frac{\pi}{4}.$$

10. Косинус угла между векторами  $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = 3\vec{k}$  равен...

Варианты ответов

$$13/15;$$

$$3/7;$$

$$= 3/5;$$

$$2/3.$$

11. Длина ребра куба, объем которого равен объему параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ , равна...

$$64;$$

$$= 8;$$

$$16;$$

2.

12. Даны прямая линия  $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{2}$  и плоскость  $\alpha: 3x + y - 4z - 15 = 0$  в

пространстве. Тогда прямая  $l$  ...

Варианты ответов

перпендикулярна плоскости  $\alpha$ ;

=параллельна плоскости  $\alpha$ .

13. Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$  с плоскостью  $x + y - 2z - 6 = 0$ .

(-2; 1; -1);

=(2; 2; -1);

(2; 0; 1);

(2; -2; 1).

14. Даны координаты вершин треугольника  $A(0,1)$ ,  $B(-5,3)$  и  $C(-3,1)$ . Тогда длина медианы  $AM$ , опущенной из вершины  $A$  равна...

Варианты ответов

$=\sqrt{17}$ ;

$\sqrt{89}$ ;

5;

9.

15. Определить длину вектора  $\vec{c} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

12;

$\sqrt{432}$ ;

$=12\sqrt{2}$ ;

10.

16. Если  $\vec{a} = (1; 0; 2)$  и  $\vec{b} = (2; 3; -1)$ , тогда скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно...

7;

3;

=0;

5.

17. Плоскости  $mx + 2y - 3z - 8 = 0$  и  $3x - 5y - nz + 4 = 0$  параллельны при значениях  $m$  и  $n$  равных...

$m = -\frac{6}{5}$ ;  $n = -\frac{15}{2}$ ;

=  $m = 3$ ;  $n = 3$ ;

$m = -\frac{6}{5}$ ;  $n = \frac{15}{2}$ ;

$m = -\frac{5}{6}$ ;  $n = -\frac{2}{15}$ .

18. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно вектору  $\vec{AB}$ , если  $A(5; -2; 3)$ ,  $B(1; -3; 5)$ .

$$\begin{aligned} &= 4x + y - 2z = 0, \\ &4x + y + 2z = 0, \\ &-4x + y + 2z = 0, \\ &4x + y - 2z - 2 = 0. \end{aligned}$$

19. Как могут располагаться данные прямые  $x - y + 1 = 0$ ,  $2x + y - 1 = 0$  ?  
 =пересекаются;  
 параллельны;  
 совпадают;  
 скрещиваются.

20. Как не могут располагаться данные прямые  $2x - y + 3 = 0$ ,  $4x - 2y - 4 = 0$  ?  
 пересекаются;  
 =параллельны;  
 совпадают;  
 скрещиваются.

## VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины «Линейная алгебра» представлены в нормативно-методических документах:

Положение об интерактивных формах обучения (<http://www.rea.ru>)

Положение об организации самостоятельной работы студентов (<http://www.rea.ru>)

Положение о курсовых работах (<http://www.rea.ru>)

Положение о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов (<http://www.rea.ru>)

Положение об учебно-исследовательской работе студентов (<http://www.rea.ru>)

Организация деятельности студента по видам учебных занятий по дисциплине «Линейная алгебра» представлена в таблице:

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины «Линейная алгебра»

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	<i>Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удаётся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.</i>
Практическое занятие	<i>Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту требуется предварительная самостоятельная работа по теме планируемого занятия (проработка конспекта лекций, учебной литературы и др.). Структура</i>

	<i>практического занятия включает в себя: вступительное слово преподавателя (тема, цель занятия); вопросы студентов по материалу, который требует дополнительных разъяснений, практическая часть (решение задач, обсуждение актуальных вопросов по теме занятия, и т.п); заключительное слово преподавателя (подведение итогов); рефлексия и самоанализ процесса и результата своей деятельности. А также самостоятельная работа по закреплению приобретенных навыков: решение практических заданий, изучение учебной и научной литературы по данной теме.</i>
Интерактивная лекция	<i>Интерактивное обучение – это, прежде всего, диалоговое обучение, в ходе которого осуществляется взаимодействие преподавателя и обучающегося. Суть интерактивного обучения состоит в том, что учебный процесс организован таким образом, что практически все обучающиеся оказываются вовлеченными в процесс познания, они имеют возможность понимать и рефлексировать по поводу того, что они знают и думают. Совместная деятельность обучающихся в процессе познания, освоения учебного материала означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Интерактивная лекция – лекция с применением интерактивных технологий обучения (лекция-беседа, лекция – дискуссия, лекция с разбором конкретных ситуаций, лекция с заранее запланированными ошибками)</i>
Интерактивное практическое занятие	<i>Практическое занятие с применением интерактивных технологий обучения: творческие задания; дискуссия; обсуждение и разрешение проблем («мозговой штурм»), анализ ситуационной задачи, деловая игра.</i>
Деловая игра	<i>Деловая игра - средство моделирования разнообразных условий профессиональной деятельности методом поиска новых способов ее выполнения. Деловая игра имитирует различные аспекты человеческой активности и социального взаимодействия. Игра также является методом эффективного обучения, поскольку снимает противоречия между абстрактным характером учебного предмета и реальным характером профессиональной деятельности. Деловая игра позволяет найти решение сложных проблем путем применения специальных правил обсуждения, стимулирования творческой активности участников с помощью специальных методов работы (методом «Мозгового штурма», «Анализа ситуационной задачи»). Студенческая группа разбивается на подгруппы, каждой из которых выдаются однотипные задания. Каждое задание отражает тот или иной аспект профессиональной деятельности или требует решения той или иной профессиональной задачи. Студенческая подгруппа, решившая и объяснившая наибольшее кол-во заданий, считается победившей в игре.</i>
Контрольная работа	<i>Контрольная работа по дисциплине выполняется каждым студентом самостоятельно. Выполнение студентом контрольной работы – составная часть учебного процесса, одна из форм текущего контроля.</i>

	<p>Для успешного выполнения контрольной работы студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины, изучая учебную и научную литературу и самостоятельно выполняя домашние практические задания.</p> <p>Выполнение работы осуществляется поэтапно: ознакомление с заданием; письменное оформление работы; проверка вычислений.</p> <p>После получения проверенной контрольной работы, имеющей замечания, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.</p>
Тестирование	<p>Тестирование — это исследовательский метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения испытуемым ряда специальных заданий. Такие задания принято называть тестами. Тест — это стандартизированное задание или особым образом связанные между собой задания, которые позволяют исследователю диагностировать меру выраженности исследуемого свойства у испытуемого.</p>

## **VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания представлено в разделе II «Содержание программы учебной дисциплины» и разделе VIII настоящей рабочей программы.

В соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В.Плеханова» распределение баллов, формирующих рейтинговую оценку работы студента, осуществляется следующим образом:

Виды работ	Максимальное количество баллов
Выполнение учебных заданий на аудиторных занятиях	20
Текущий и рубежный контроль	20
Творческий рейтинг	20
Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)	40
Итого	100

Результаты входного контроля уровня подготовки обучающихся в начале изучения дисциплины, уровня профессиональной подготовки обучающихся в процессе изучения смежных дисциплин не формируют рейтинговую оценку работы обучающегося по дисциплине, критерии оценки входного контроля представлены в оценочных и методических материалах к дисциплине.



**Критерии оценки заданий текущего контроля успеваемости обучающегося в семестре для очной и очно-заочной форм обучения:**

**1) Расчет баллов по результатам текущего контроля**

Форма контроля	Наименование раздела (темы), выносимых на контроль	Форма проведения контроля	Количество баллов, максимально
Текущий контроль	Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений	Контрольная работа	5
	Тема 5 Элементы аналитической геометрии	Контрольная работа	5
	Тема 5 Элементы аналитической геометрии	Тест	5
	Тема 2 Ранг матрицы Тема 4 Элементы векторной алгебры	Устный опрос по материалам интерактивной лекции	1
	Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике	Оценка работы студента на интерактивном практическом занятии	4
<b>Всего</b>			<b>20</b>

**Критерии оценки заданий к практическим (семинарским) занятиям**

Критерии оценки знаний студентов при выполнении тестового задания

5 баллов: выставляется, если правильно выполнено тестовых заданий от 80 до 100%;

3 балла: выставляется, если правильно выполнено тестовых заданий от 40 до 79%;

1 балл: выставляется, если правильно выполнено тестовых заданий от 10 до 39%;

**Критерии оценки знаний студентов на контрольной работе**

5 баллов: выставляется студенту, который выполняет все задания, при решении заданий применяет верную методику и показывает глубокие знания изученного материала.

4 балла: выставляется, если выполнены все задания, но не в полном объеме, т.е. при решении заданий применяется верная методика, но имеют место ошибки при решении либо выполнен один из требуемых пунктов решения (в задачах с подпунктами).

3 балла: заслуживает студент, который выполнил 50% заданий контрольной работы в полном объеме, с несущественными недочетами, остальные задания не выполнены.

**Критерии оценки заданий к интерактивным занятиям**

**Интерактивная лекция (лекция-визуализация) – 1 балл:**

**1 балл** – выставляется студенту, если он полностью раскрыл тему лекции и подготовил презентацию;

**0,6 баллов** - выставляется студенту, если он полностью раскрыл тему лекции и подготовил презентацию, но не ответил на дополнительные вопросы преподавателя;

**0,3 балла** - выставляется студенту, если имели место неточности при изложении материала лекции, отсутствовала презентация.

**Интерактивное практическое занятие (деловая игра, анализ ситуационной задачи) - 4 балла:**

**4 балла** - выставляется студенту, если он принимал активное участие в обсуждении и решении заданий, его выводы и решения были верными;

**3 балла** - выставляется студенту, если он принимал активное участие в обсуждении и решении заданий, в его выводах и решении были допущены несущественные ошибки;

**2 балла** - выставляется студенту, если он принимал участия в обсуждении задания, но решил задачу неверно.

**1 балл** - выставляется студенту, если он принимал участия в обсуждении задания, но решил задачи.

### Критерии оценки творческого рейтинга

Распределение баллов осуществляется по решению кафедры и результат распределения баллов за соответствующие виды работ представляется в виде следующих таблиц по семестрам:

Наименование раздела (темы) дисциплины	Вид работы	Количество баллов, максимально
<b>Семестр 2</b>		
Тема 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений Тема 2. Ранг матрицы Тема 3 Структура множества решений системы линейных уравнений	Подготовка творческих домашних заданий в виде презентаций по темам дисциплины	10
Тема 4 Элементы векторной алгебры Тема 5 Элементы аналитической геометрии Тема 6 Применение элементов линейной алгебры в экономике	Подготовка творческих домашних заданий в виде обзорного доклада / разбора и решения задач повышенной сложности или участие в коллективном научном проекте	10
<b>Итого</b>		<b>20</b>

### Критерии оценки промежуточной аттестации

**Экзамен** по результатам изучения дисциплины «Линейная алгебра» во 2 семестре проводится по экзаменационным билетам, включающим два теоретических вопроса и 2 задачи, и соответствует 40 баллам. Оценка по результатам экзамена выставляется по следующим критериям:

-правильный ответ на **первый вопрос – 7 баллов;**

-правильный ответ на **второй вопрос - 7 баллов;**

-правильное решение задачи **№1 – 10 баллов;**

-правильное решение задачи **№2 – 16 баллов.**

**Итоговый балл** формируется суммированием баллов за промежуточную аттестацию и баллов, набранных перед аттестацией в течение семестра. Для обучающихся очной формы применяется 100-балльная оценка знаний, для обучающихся заочной формы обучения – традиционная четырехбалльная система оценки знаний.

**Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания**

100-балльная система оценки	Традиционная четырехбалльная система оценки	Формируемые компетенции (индикаторы компетенций)	Критерии оценивания
85 – 100 баллов	«отлично» «зачтено»	ОПК-2	<p><b>Знает верно и в полном объеме:</b> способы получения, хранения и переработки Информации теоретические и практические аспекты сбора, анализа и обработки информации.</p> <p><b>Умеет верно и в полном объеме:</b> осуществлять сбор данных и их обработку в соответствии с поставленными экономическими задачами средствами линейной алгебры.</p> <p><b>Владеет навыками верно и в полном объеме:</b> методологией анализа финансовой информации и навыками принятия профессиональных решений.</p>
70 – 84 баллов	«хорошо» «зачтено»	ОПК-2	<p><b>Знает с незначительными замечаниями:</b> способы получения, хранения и переработки информации теоретические и практические аспекты сбора, анализа и обработки информации.</p> <p><b>Умеет с незначительными замечаниями:</b> осуществлять сбор данных и их обработку в соответствии с поставленными экономическими задачами средствами линейной алгебры."</p> <p><b>Владеет навыками с незначительными замечаниями:</b> методологией анализа финансовой информации и навыками принятия профессиональных решений.</p>
50 – 69 баллов	«удовлетворительно» «зачтено»	ОПК-2	<p><b>Знает на базовом уровне, с ошибками:</b> способы получения, хранения и переработки информации теоретические и практические аспекты сбора, анализа и обработки информации.</p> <p><b>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</b> осуществлять сбор данных и их обработку в соответствии с поставленными экономическими задачами средствами линейной алгебры.</p> <p><b>Владеет на базовом уровне, с ошибками:</b> методологией анализа финансовой информации и навыками принятия профессиональных решений.</p>
менее 50 баллов	«неудовлетворительно» «не зачтено»	ОПК-2	<p><b>Не знает на базовом уровне:</b> способы получения, хранения и переработки информации теоретические и практические аспекты сбора, анализа и обработки информации.</p> <p><b>Не умеет на базовом уровне:</b> осуществлять сбор данных и их обработку в соответствии с поставленными экономическими задачами средствами линейной алгебры.</p> <p><b>Не владеет на базовом уровне:</b> методологией анализа финансовой информации и навыками принятия профессиональных решений.</p>

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ (АКТУАЛИЗАЦИИ)

1. Рабочая программа по учебной дисциплине с внесенными дополнениями и изменениями рекомендована к утверждению на заседании кафедры бухгалтерского учета и анализа, протокол от 18.03.2020 № 8

Заведующий кафедрой  - Н.В. Лактионова

Согласовано на заседании УМС Краснодарского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова, протокол от 19.03.2020 № 7

Председатель  Г.Л. Авагян

Утверждено советом Краснодарского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова, протокол 26.03.2020 № 11

Председатель  А.В. Петровская

**Краснодарский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова**  
**Карта обеспеченности дисциплины «Линейная алгебра»**  
**учебными изданиями и иными информационно-библиотечными ресурсами**

Кафедра бухгалтерского учета и анализа

ОПОП ВО по направлению подготовки **38.03.01. Экономика**

Направленность (профиль) программы **Финансы и кредит**

Уровень подготовки **бакалавриат**

№ п/п	Наименование, автор	Выходные данные	Количество печатных экземпляров (шт)	Наличие в ЭБС (да/нет), название ЭБС	Количество экземпляров на кафедре (в лаборатории) (шт)	Численность студентов (чел)	Показатель обеспеченности студентов литературой:
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Основная литература</b>							
1	Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова.	Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 370 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-01281-1. Режим доступа: <a href="https://biblio-online.ru/viewer/D57E769B-AD5C-4819-BEA7-3E025A0591EB#page/1">https://biblio-online.ru/viewer/D57E769B-AD5C-4819-BEA7-3E025A0591EB#page/1</a>	X	Да ЭБС Urait.ru	X	X	1
2	Общий курс высшей математики для экономистов : учебник / под общ. ред. В.И. Ермакова	Москва : ИНФРА-М, 2010. — 656 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-003986-2. Режим доступа <a href="https://znanium.com/bookread2.php?book=210735">https://znanium.com/bookread2.php?book=210735</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
3	Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.	Москва : ИНФРА-М, 2011. - 472 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-004467-5.- Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=221082">http://znanium.com/bookread2.php?book=221082</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
<b>Всего</b>	<b>Всего</b>		X	3	X	X	1

Дополнительная литература							
1	Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп.	М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. Режим доступа: <a href="https://znanium.com/read?id=355793">https://znanium.com/read?id=355793</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
2	Бортаковский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев.	Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с. (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-010206-1. Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=476097">http://znanium.com/bookread2.php?book=476097</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
3	Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / Шершнев В.Г.	Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 168 с. (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005479-7. Режим доступа: <a href="https://znanium.com/read?id=225886">https://znanium.com/read?id=225886</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
4	Математика. Базовый курс : учебник / Б. Ш. Гулиан, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп.	Москва : МФПА, 2011. - 712 с. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-902597-61-2. Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread.php?book=451279">http://znanium.com/bookread.php?book=451279</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
5	Линейная алгебра : учеб. пособие / Б.М. Рудык.	М. : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7 . Режим доступа: <a href="https://znanium.com/read?id=354894">https://znanium.com/read?id=354894</a>	X	Да ЭБС Znanium.com	X	X	1
<b>Всего</b>		<b>Всего</b>	X	5	X	X	1
<b>Всего</b>		<b>Всего</b>	X	8	X	X	1

Преподаватель



Л.А.Винковская

Зав.кафедрой



Н.В. Лактионова

СОГЛАСОВАНО

Библиотекарь



Н.И. Криво



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
 «Российский экономический университет имени Г.В.Плеханова»  
 КРАСНОДАРСКИЙ ФИЛИАЛ РЭУ ИМ. Г.В. ПЛЕХАНОВА

**Кафедра бухгалтерского учета и анализа**

Направление подготовки: 38.03.01 «Экономика»  
 Направленность (профиль) «Финансы и кредит»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_**  
**по дисциплине «Линейная алгебра»**

1.	Векторы и линейные операции над ними.	
2.	Балансовый метод анализа экономических показателей.	
3.	Вычислить определитель	$\begin{vmatrix} 4 & 8 & -2 & 3 \\ 3 & 5 & -7 & 5 \\ -2 & 2 & -5 & 8 \\ -5 & -3 & 2 & 2 \end{vmatrix} ..$
4.	Даны векторы: $\vec{a} = \{1, -1, 2\}$ , $\vec{b} = \{-3, 1, 0\}$ , $\vec{c} = \{2, 3, 1\}$ и $\vec{d} = \{7, 0, 5\}$ . Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ линейно независимы и найти разложение вектора $\vec{d}$ по векторам $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .	

Преподаватель,

\_\_\_\_\_ (подпись)

Л.А. Винсковская

Зав.кафедрой, к.э.н., доцент

\_\_\_\_\_ (подпись)

Н.В.Лактионова

Утверждено на заседании кафедры Протокол от \_\_\_\_\_ № \_\_\_\_